

Peter Ruben und Helmut Wolter
Modell, Modellmethode und Wirklichkeit¹

Inhalt

1. Der Modellbegriff in verschiedenen Disziplinen.....	2
1.1. Der Modellbegriff in der Aussagenlogik.....	2
1.2. Der Modellbegriff in der Prädikatenlogik.....	3
1.4. Der Modellbegriff in den anderen Wissenschaften.....	6
2. Zur Modellmethode.....	9
3. Wissenschaftstheoretisch-philosophische Diskussion des vorgeschlagenen Modellbegriffs....	11
3.1. Die Existenz einer Theorie als Bedingung der Modellbildung.....	11
3.2. Modellbildung und Widerspiegelung.....	16

Im Rahmen der marxistisch-leninistischen Wissenschaftstheorie besitzt die Untersuchung der Modellmethode sicher erhebliche Bedeutung, da diese Methode von besonderer praktischer und ökonomischer Wichtigkeit ist. Gegenstand der folgenden Überlegungen ist der Versuch, eine präzise Festlegung des Modellbegriffs vorzunehmen. Im Anschluß daran werden die mit dieser Definition verbundenen philosophischen Probleme in einem wesentlichen Ausschnitt zu diskutieren sein. Es versteht sich von

¹ Erstveröffentlichung in: Deutsche Zeitschrift für Philosophie 17(1969)10, S. 1225-1239. Wir danken Oliver Schlaudt für die Digitalisierung des Textes (Anmerkung der Herausgeber)

selbst, daß die nachfolgend angegebene Definition des Modellbegriffs nur und nur beansprucht, ein *Vorschlag* für den sinnvollen Gebrauch des Terminus Modell zu sein.

1. Der Modellbegriff in verschiedenen Disziplinen

In verschiedenen Bereichen der Wissenschaft werden verschiedene Modellbegriffe verwendet. Selbst innerhalb der Logik und der mathematischen Modelltheorie ist der Modellbegriff nicht einheitlich definiert. Wir gehen zunächst die bekannten Modelldefinitionen für verschiedene Bereiche an.

1.1. Der Modellbegriff in der Aussagenlogik

Es ist üblich, den Aussagenkalkül mit Hilfe der folgenden Grundzeichen aufzubauen: (1) Aussagenvariablen (abzählbar unendlich viele); (2) aussagenlogische Konstanten: \neg , \wedge , \vee , \leftarrow , \leftrightarrow (der Reihe nach interpretiert als „nicht“, „und“, „oder“, „wenn – so“, dann – wenn“); (3) technische Zeichen: $(,)$. Durch das Aneinanderreihen jeweils endlich vieler dieser Zeichen entstehen sogenannte Zeichenreihen, aus denen man induktiv eine gewisse (unendliche) Menge, die Menge der Ausdrücke, aussondern kann. Ordnet man jeder Aussagenvariablen genau einen der Wahrheitswerte „wahr“ oder „falsch“ zu, so spricht man von einer *Belegung* der Aussagenvariablen mit Wahrheitswerten. Eine solche Belegung ist eine Funktion von der Menge der Aussagenvariablen in die Menge der Wahrheitswerte. Jede Belegung ordnet jedem Ausdruck genau einen Wahrheitswert zu. Ordnet nun eine Belegung einem Ausdruck den Wahrheitswert „wahr“ zu, dann *erfüllt* diese Belegung diesen Ausdruck.

Definition: Es sei M eine beliebige Menge von Ausdrücken des Aussagenkalküls (M kann also leer, endlich oder unendlich sein). Die Belegung f ist ein Modell für die Menge M genau dann, wenn f jeden Ausdruck aus M erfüllt. In der Aussagenlogik ist also ein Modell eine Funktion, die jeder Aussagenvariablen genau einen Wahrheitswert zuordnet.

1.2. Der Modellbegriff in der Prädikatenlogik

Ähnlich wie der Aussagenkalkül werden auch die Prädikatenkalküle beliebiger Stufe aus gewissen Grundzeichen aufgebaut. Zum Prädikatenkalkül der 1. und 2. Stufe gehören folgende Grundzeichen: (1) Individuenvariablen (genau abzählbar unendlich viele); (2) Relationenvariablen (für jede Stellenzahl genau abzählbar unendlich viele); (3) die (schon angeführten) aussagenlogischen Konstanten; (4) prädikatenlogische Konstanten (Quantifikatoren): \forall, \exists (interpretiert als „für jedes“, „es gibt ein“); (5) die technischen Zeichen; (6) eventuell das Gleichheitszeichen. Bei Prädikatenkalkülen höherer Stufen sind noch Relationenvariablen höherer Typen zugelassen.

Aus den angeführten Grundzeichen lassen sich (wie im Aussagenkalkül) Zeichenreihen bilden, und aus diesen Zeichenreihen wird induktiv eine unendliche Menge, die Menge der Ausdrücke, ausgesondert. Bei Ausdrücken des Prädikatenkalküls der 1. Stufe beziehen sich die Quantifikatoren nur auf Individuenvariablen, bei Ausdrücken der Prädikatenkalküle höherer Stufen auch auf Relationenvariablen höherer Typen.

In der Prädikatenlogik legt man nun einen gewissen (nicht leeren) Individuenbereich I zugrunde. Ordnet man dann jeder Individuenvariablen genau ein Individuum (ein Element des Individuenbereichs) und jeder Relationenvariablen genau eine Relation (entsprechenden Typs) über dem Individuenbereich zu, so spricht man von einer Belegung der Individuenvariablen mit Individuen aus I und der Relationenvariablen mit Relationen über I . Eine solche Belegung ist ein Funktionenpaar (f_1, f_2) , wobei f_1 von der Menge der Individuenvariablen in die Menge der Individuen und f_2 von der Menge der Relationenvariablen in die Menge der Relationen (entsprechenden Typs) über I abbildet.

Jede Belegung (f_1, f_2) ordnet auch hier jedem Ausdruck genau einen Wahrheitswert zu. Wie im Aussagenkalkül erfüllt eine Belegung einen Ausdruck genau dann, wenn sie diesem den Wahrheitswert „wahr“ zuordnet.

Definition: Es sei eine beliebige Menge M von Ausdrücken des Prädikatenkalküls (einer bestimmten Stufe) gegeben. Die Belegung (f_1, f_2) ist ein Modell für M genau dann, wenn (f_1, f_2) jeden Ausdruck aus M erfüllt.

In der Prädikatenlogik ist also ein Modell ein Funktionenpaar, das jeder Individuenvariablen ein Individuum aus dem zugeordneten Individuenbereich I und jeder Relationenvariablen eine Relation (entsprechenden Typs) über I zuordnet.

1.3. Der Modellbegriff für formalisierte mathematische Theorien

Wir beschränken uns auf die Angabe des Modellbegriffs für mathematische Theorien, die im Prädikatenkalkül der 1. Stufe formalisiert sind. Auch hier geht man wieder von einer Grundzeichenmenge der zur Theorie gehörenden Sprache aus, dem *Alphabet*. Zum Alphabet gehören: Individuenvariablen (genau abzählbar unendlich viele); Individuenzeichen, Relationenzeichen (mit vorgegebener Stellenzahl), Funktionenzeichen (mit vorgegebener Stellenzahl), wobei es von diesen Zeichen im Alphabet beliebig viele geben kann; logische und technische Zeichen (wie im Prädikatenkalkül der 1. Stufe). Es sei bemerkt, daß in das Alphabet keine Variablen für Relationen aufgenommen werden.

Ähnlich wie in der Prädikatenlogik lassen sich auch hier mit Hilfe der Grundzeichen Ausdrücke induktiv definieren.

Zunächst sei erklärt, was unter einer *Interpretation* dieser Sprache zu verstehen ist: Das Quadrupel (I, f_1, f_2, f_3) ist eine Interpretation der vorliegenden Sprache genau dann, wenn I eine nicht leere Menge (ein Individuenbereich) ist und wenn f_1 , f_2 und f_3 Funktionen sind mit der Eigenschaft, daß f_1 jedem Individuenzeichen genau ein Individuum aus I , f_2 jedem Relationenzeichen genau eine Relation (entsprechender Stellenzahl) über I und f_3 jedem Funktionenzeichen genau eine Funktion (entsprechender Stellenzahl) über I zuordnet. (Bei einer gegebenen Interpretation haben die Individuen-, Relationen- und Funktionenzeichen stets die gleiche Bedeutung!)

Bei einer festen Interpretation der gegebenen Sprache läßt sich nun wieder induktiv der Begriff der Erfüllbarkeit eines Ausdrucks durch eine Belegung definieren. („Belegung“ bedeutet hier immer die Belegung der Individuenvariablen mit Individuen aus I .) Wird dann ein Ausdruck von jeder Belegung erfüllt, so heißt er *allgemeingültig* bei der vorgegebenen Interpretation. Wird eine Aussage (d. i. ein Ausdruck, in dem alle Variablen durch die Quantifikatoren gebunden sind) von jeder Belegung erfüllt, so heißt sie gültig oder *wahr* bei dieser Interpretation.

Definition: Es sei M eine beliebige Menge von Ausdrücken der oben angeführten Sprache. Die Interpretation (I, f_1, f_2, f_3) ist ein Modell für die Menge M genau dann, wenn jeder Ausdruck aus M bei dieser Interpretation allgemeingültig ist.

Bei der Angabe des Modellbegriffs für mathematische Theorien, die im Prädikatenkalkül höherer Stufe formalisiert sind, kommen zu dem oben angeführten Alphabet noch Variablen für Relationen höherer Typen und eventuell Zeichen für Relationen oder Funktionen höherer Typen hinzu; die Variablen dürfen auch quantifiziert werden. Dann lautet die Modelldefinition ganz analog zur angegebenen.

Bei der Definition des Modellbegriffs für formalisierte mathematische Theorien genügt es, statt Ausdrücke Aussagen zu betrachten. Ein wesentlicher Unterschied zwischen dem Modellbegriff in der Prädikatenlogik und dem für formalisierte Theorien besteht darin, daß im ersten Fall genau eine, im zweiten Fall aber alle möglichen Belegungen der Variablen in die Definition eingehen.

Es sei bemerkt, daß die Menge M in den Definitionen nicht rekursiv aufzählbar zu sein braucht. Da mathematische Axiomensysteme immer rekursiv aufzählbar sind, brauchen mathematische Modelle nicht unbedingt Interpretationen von Axiomensystemen zu sein, wie manche Autoren bemerken.

An Hand eines Beispiels möge der unter 1.3. gegebene Modellbegriff etwas näher erläutert werden. Die Sprache möge mittels der folgenden Grundzeichen aufgebaut sein: Individuenvariable: x_1, x_2, x_3, \dots Individuenzeichen: 0, 1; Relationenzeichen: $<, =$; Funktionenzeichen: $+, \cdot$; logische und technische Zeichen. Die Interpretation wählen wir so, daß I die Menge der reellen Zahlen ist und die Zeichen 0, 1, $<, =, +, \cdot$ der Reihe nach „Null“, „Eins“, „kleiner als“, „gleich“, „plus“, „mal“ bedeuten. (Hierfür sagt man auch, daß die Zeichen *standard-interpretiert* sind. Es hätte auch eine völlig andere Interpretation gewählt werden können.) Als Ausdrucksmenge M nehmen wir die Körperaxiome und die Axiome der Ordnung. Es ist klar, daß die Ausdrücke aus M bei dieser Interpretation allgemeingültig sind; d. h., der geordnete Körper der reellen Zahlen ist ein Modell für M . Man hätte auch jeden anderen geordneten Körper als Interpretation wählen können, um zu einem Modell von M zu gelangen. Dagegen ist der geordnete Ring der ganzen Zahlen kein Modell für M , da in diesem Ring nicht alle Körperaxiome gelten.

1.4. Der Modellbegriff in den anderen Wissenschaften

Im „Philosophischen Wörterbuch“ wird der Modellbegriff (außer für die Mathematik) wie folgt festgelegt (*Definition A*): Ein Modell ist eine „Abbildung von Objekten, Eigenschaften oder Relationen eines bestimmten Bereichs der objektiven Realität oder einer Wissenschaft auf einfachere, übersichtlichere materielle Strukturen desselben oder eines anderen Bereichs“². Weiter wird dort zum Modellbegriff erklärt: „Allgemein handelt es sich bei einem Modell um ein dem jeweiligen Forschungsgegenstand in bestimmten wesentlichen Strukturen und Relationen *analoges System*, dessen Anwendung bei der Erforschung bestimmter Gegenstandsbereiche sich auf die wissenschaftliche Berechtigung von *Analogieschlüssen* gründet. ... Ein Modell muß weitens eine *extrapolierende Abbildung* sein, d. h., es muß das aus den Fakten zu gewinnende, mehr oder weniger unvollständige und unübersichtliche Bild zu einem übersichtlichen Gesamtbild ergänzen. Sind diese Voraussetzungen gegeben, so erfüllt das Modell seine *erkenntnistheoretische* Funktion, nämlich aus Untersuchungen an Systemen eines bestimmten Bereichs Kenntnisse über den analogen Gegenstand eines davon unterschiedenen Bereichs herbeiführen zu helfen.“ Diese Auffassung vom Modellbegriff ist in der philosophischen Literatur weit verbreitet und deckt sich im wesentlichen mit der von G. Klaus³ gegebenen Modelldefinition.

Eine andere Definition für den Modellbegriff gab K. D. Wüstneck (*Definition B*): „Ein Modell ist ein System, das als Repräsentant eines komplizierten Originals auf Grund mit diesem gemeinsamer, für eine bestimmte Aufgabe wesentlicher Eigenschaften von einem dritten System benutzt, ausgewählt oder geschaffen wird, um letzterem die Erfassung oder Beherrschung des Originals zu ermöglichen oder zu erleichtern bzw. um es zu ersetzen.“⁴

In Definition B ist nicht mehr die Bedingung enthalten, daß ein Modell eine materielle Struktur sein soll. Dies halten wir für richtig, denn es gibt (z. B. in der Sprachwissenschaft und anderswo) ideelle, also nichtmaterielle Systeme, die als Modelle

² Philosophisches Wörterbuch. Hrsg. v. G. Klaus u. M. Buhr. Leipzig 1964, S. 358.

³ Siehe: G. Klaus: Kybernetik in philosophischer Sicht. Berlin 1961, S. 245.

⁴ K. D. Wüstneck: Zur philosophischen Verallgemeinerung und Bestimmung des Modellbegriffs. In: DZfPh. Heft 12/1963. S. 1522/23.

bezeichnet werden. Solche Modelle werden von der Definition A nicht erfaßt, daher ist diese zu speziell.

Nach Definition A soll nun ein Modell eine „Abbildung ... auf einfachere, übersichtlichere Strukturen“ sein. Hier ist die Frage zu stellen, was es bedeuten soll, daß eine Struktur einfacher oder übersichtlicher ist. Ein Beispiel mag die Frage unterstreichen: Wenn man nicht zu hohe Anforderungen stellt, kann man unser Sonnensystem als Modell für ein Atom ansehen. Das Sonnensystem läßt sich, wie es scheint, leichter erfassen als das Atom; seine Struktur könnte man als einfacher bezeichnen als die des Atoms. Andererseits besteht das Sonnensystem wiederum aus vielen einzelnen Atomen; aus diesem Grunde müßte es komplizierter aufgebaut sein als das Atom. Das Beispiel zeigt, daß es problematisch ist, von einfacheren bzw. komplizierteren Strukturen zu sprechen. Auch diese Problematik tritt in der Definition B nicht mehr auf.

Die Aufnahme eines dritten Systems in die Definition B, von dem ein System als Modell geschaffen oder ausgewählt wird, macht die Definitionen A und B voneinander wesentlich verschieden. Nun tritt zwar im Zusammenhang mit einem Modell häufig ein drittes System auf, das ein System als dieses Modell schafft, auswählt oder benutzt; dennoch meinen wir, daß man ein solches drittes System nicht in die Definition aufnehmen sollte. Denn, um zum obigen Beispiel des Sonnensystems als Atommodell zurückzukehren: Beide Systeme und ihre gemeinsamen Eigenschaften, die es gestatten, das eine System als Modell des anderen anzusehen, bestehen unabhängig von einem dritten auswählenden System. Im Sinne der materialistischen Philosophie ist sicher zu behaupten, daß die Analogie unabhängig davon existiert, ob sie von einem dritten System entdeckt wird oder nicht. (Etwas anderes ist es, wenn vom sprachlichen Ausdruck dieser Analogie gesprochen wird, der selbstverständlich nicht unabhängig vom Sprechenden besteht!)

Überdies ist der Modellbegriff in der Definition B durch die Aufnahme des dritten Systems, das eine Struktur als Modell auswählen oder erzeugen soll, nicht eindeutig festgelegt. Betrachtet man nämlich zwei verschiedene auswählende Systeme, so kann es geschehen, daß das eine dieser beiden Systeme unser Sonnensystem als Atommodell auswählt, das andere aber nicht. Die Definition B enthält nun kein Kriterium dafür, ob ein System Modell ist oder nicht, sofern verschiedene dritte auswählende Systeme

angenommen werden. Sie subjektiviert also den Modellbegriff, d. h. macht die Existenz eines Systems als Modell davon abhängig, ob ein drittes System die entsprechende Auswahl trifft oder nicht.

Aus diesen und auch aus anderen Gründen sei die folgende Modelldefinition vorgeschlagen (*Definition C*). Es sei ω ein Original (das schon vorhanden ist oder erst erzeugt werden soll) und $M(\omega)$ eine (nicht leere) Menge von Aussagen über ω , [$M(\omega)$ ist also eine Menge von Informationen über ω .] Dann heißt μ Modell für die Menge $M(\omega)$ genau dann, wenn μ ein System ist, in dem alle Aussagen aus $M(\mu)$ gültig sind, wobei man $M(\mu)$ aus $M(\omega)$ dadurch erhält, daß man in jeder Aussage aus $M(\omega)$ ω durch μ ersetzt. [Wenn z. B. zu $M(\omega)$ die Aussage „ ω ist ein materielles System“ gehört, dann soll zu $M(\mu)$ die Aussage „ μ ist ein materielles System“ gehören. Dabei wollen wir unter „Aussage“ nicht „Aussage eines Formalismus“ im Sinne der Logik verstehen.]

Bei dieser Definition kann man bei nicht zu einschränkenden Anforderungen $M(\omega)$ eine Theorie über das Original ω nennen, so daß man unter einem *Modell immer das Modell einer Theorie* über das Original zu verstehen hat [$M(\omega)$ ist keine Theorie im üblichen Sinn, sondern lediglich eine (nicht leere) Menge von Informationen über ω , wobei diese Informationsmenge auch sehr spärlich sein darf.] Liegt das Original ω schon vor, so gewinnt man aus dem Original eine gewisse Theorie $M(\omega)$, nach der dann ein Modell μ ausgesucht oder erzeugt wird. Liegt das Original noch nicht vor (etwa bei einem noch zu errichtenden Staudamm), so existiert zunächst eine Theorie über das (noch nicht bestehende) Original, und nach dieser Theorie wird dann das Modell gebaut. In jedem Fall ist also die Redeweise „*Modell einer Theorie*“ berechtigt. Falls keine Verwechslungen zu befürchten sind, kann man auch „Modell eines Originals“ sagen.

Alle üblichen Vorstellungen von einem Modell fallen unter die Definition C. Allerdings bilden die Modellbegriffe der Aussagen- und der Prädikatenlogik eine völlige Ausnahme und müssen daher gesondert betrachtet werden. Die Modelle für mathematische Theorien, die Hauptbestandteile der mathematischen Modelltheorie, ähneln sehr stark den in C definierten Modellen. Bei der Definition mathematischer Modelle gingen wir von einer beliebigen Menge von Aussagen einer vorgegebenen formalen Sprache aus und haben eine Interpretation dieser Sprache gesucht, so daß diese Aussagen wahr wurden, d. h. wir haben einen Bereich und eine Bedeutung für die

formale Sprache gesucht, so daß die Aussagen in diesem Bereich gültig wurden. Bei der Definition C gehen wir von einem Original aus und lassen nur Aussagen über dieses Original zur Modelldefinition zu. Schließlich suchen wir einen Bereich, in dem diese Aussagen wahr sind. Hier haben wir also die Bedeutung der Sprache vorher festgelegt.

Praktisch macht man das in der mathematischen Modelltheorie oft ebenso. Man nimmt eine mathematische Disziplin, z. B. die elementare Zahlentheorie (darunter verstehen wir die Menge aller Aussagen, die sich mittels Individuenvariablen, logischen Konstanten, $+$, \cdot , $=$, evtl. $<$ bilden lassen); der Ring der ganzen Zahlen ist jetzt unser Original ω und $M(\omega)$ eine Menge von Aussagen aus der elementaren Zahlentheorie. (Wegen der Wahl der Sprache tritt ω hier nicht als Bestandteil der Sprache auf.) Jedes System, in dem die Aussagen aus $M(\omega)$ gültig sind, heißt dann Modell der Theorie $M(\omega)$; insbesondere ist ω selbst ein Modell von $M(\omega)$. Wir sind auch hier von einem Original ausgegangen, haben Aussagen über das Original betrachtet und somit die Sprache festgelegt; schließlich haben wir einen Bereich gesucht, in dem diese Aussagen wahr wurden.

Eine Klassifikation der unter C definierten Modelle kann nach folgenden Gesichtspunkten vorgenommen werden: Es sei $M(\omega)$ eine Theorie über ω und $K[M(\omega)]$ eine Klasse von Modellen μ , so daß $\mu \in K[M(\omega)]$ genau dann gilt, wenn μ ein Modell der Theorie $M(\omega)$ ist. Hierdurch wird es möglich, mengentheoretische Operationen für die Modellklassen einzuführen. Zum Beispiel gilt

$$\begin{aligned} \text{Wenn } M(\omega_1) \subseteq M(\omega_2), \text{ so } K[M(\omega_2)] &\subseteq K[M(\omega_1)] \\ K[M(\omega_1) \cap M(\omega_2)] &\supseteq K[M(\omega_1)], K[M(\omega_2)] \\ K[M(\omega_1) \cup M(\omega_2)] &\subseteq K[M(\omega_1)], K[M(\omega_2)] \end{aligned}$$

2. Zur Modellmethode

In der Erklärung zur Definition A wird bereits angedeutet, wozu Modelle häufig verwendet werden; nämlich zur Erfassung interessierender Verhältnisse durch Analogieschlüsse. Bei der Modellmethode handelt es sich um folgendes: Beim Erfassen eines Sachverhalts, vor dem Bau eines technischen Projekts usw., liegt von dem

jeweiligen Original eine gewisse Theorie vor. Nun reicht häufig diese Theorie nicht aus, oder es besteht das Interesse, tiefer in den Zusammenhang der Dinge einzudringen. Zu diesem Zweck betrachtet man alle für ein bestimmtes Forschungsgebiet wesentlichen Aussagen der gegebenen Theorie über das Original und versucht, ein System aufzufinden oder zu konstruieren, in dem alle diese Aussagen gültig sind. Auf diese Weise hat man ein Modell für die zugrunde gelegte Teiltheorie (Auswahl der relativ wesentlichen Aussagen!) erhalten oder, etwas ungenau formuliert: Man hat ein Modell des betrachteten Originals gewonnen. Nach der Definition C ist das so erhaltene System auch dann ein Modell für das Original, wenn es scheinbar komplizierter gestaltet ist als das Original.

Anstatt das Original zu untersuchen, werden nun Forschungen am Modell vorgenommen, da das Modell eventuell für gewisse Forschungszwecke zugänglicher ist als das Original. Aus der Tatsache, daß eine (nicht leere) Menge von Aussagen eben die zugrunde gelegte Theorie in beiden Systemen (im Original wie im Modell) gültig ist, folgt, daß zwischen dem Original und dem Modell eine gewisse Analogiebeziehung besteht. Auf Grund dieser Analogiebeziehung treffen mit einer mehr oder weniger großen Wahrscheinlichkeit die am Modell gewonnenen Aussagen auch auf das Original zu. Man schließt also durch Analogie vom Modell auf das Original. Die mittels dieser Schlußweise gewonnenen Informationen über das Original sind nicht notwendig richtig, sondern mehr oder weniger wahrscheinlich. Sie müssen daher zur Feststellung ihrer Wahrheit in der Praxis, d.h. hier am Original, überprüft werden.

Hat man auf diese Weise richtige Informationen über das Original erhalten, so kann man versuchen, das Modell entsprechend dieser Information zu „verbessern“, um eventuell neue richtige Aussagen über das Original zu erlangen. Somit stellt die Modellmethode eine spezifische und enge Verbindung zwischen Theorie und Praxis her, wobei sie außerordentlich fruchtbar ist.

Die Wahrscheinlichkeit des Zutreffens der am Modell gewonnenen Aussagen auf das Original hängt im allgemeinen von der Reichhaltigkeit der Theorie und von der zugrunde gelegten Sprache ab. In der Mathematik gibt es Beispiele dafür, daß an einem Modell gewonnene Informationen mit der Wahrscheinlichkeit 1 und andere Informationen mit einer sehr geringen Wahrscheinlichkeit auf das Original zutreffen. Die zuletzt genannten Informationen sind oft solche, die sich mit Hilfe der zugrunde

gelegten Sprache gar nicht ausdrücken lassen. Im allgemeinen ist es so, daß eine Aussage, die an einem Modell gewonnen wurde, mit einer um so größeren Wahrscheinlichkeit auf das Original zutrifft, je größer die Anzahl der auf beide Systeme gemeinsam zutreffenden (für ein Forschungsgebiet wesentlichen) Aussagen ist. Stimmen etwa für zwei Systeme wesentliche geometrische Eigenschaften überein, so kann man mit einer ziemlich großen Wahrscheinlichkeit auf andere gemeinsame geometrische Eigenschaften schließen; über gemeinsame chemische Eigenschaften beider Systeme läßt sich jedoch dann noch nichts aussagen.

Ein gewisser Nachteil der Modellmethode und des Analogieschlusses besteht darin, daß man im allgemeinen kein Maß für die Wahrscheinlichkeit hat, mit der eine am Modell gewonnene Aussage auch auf das Original zutrifft. Dieses Problem der Modellmethode muß noch gelöst werden. Doch selbst „schlechte“ Modelle (das sollen Modelle einer „schwachen“ Theorie sein) geben oft heuristische Hinweise, die der Wahrheitsfeststellung dienen.

Der große Vorteil der Modellmethode im dargestellten Sinn ist darin zu sehen, daß sie in allen Wissensgebieten anwendbar ist, in denen Theorien über Originalsysteme so konstruiert werden, daß die Möglichkeit einer Ersetzung des Originals durch ein anderes System ohne Änderung der Gültigkeit der Aussagen der Theorie besteht.

3. Wissenschaftstheoretisch-philosophische Diskussion des vorgeschlagenen Modellbegriffs

Der Definition C liegen wissenschaftstheoretische und philosophische Auffassungen zugrunde, die im folgenden diskutiert werden sollen, um sowohl den Definitionsvorschlag zu begründen wie einige Möglichkeiten seiner Kritik abzustecken.

3.1. Die Existenz einer Theorie als Bedingung der Modellbildung

Mit der Annahme der Definition C wird auch akzeptiert, daß man von Modellen stets nur in bezug auf vorausgesetzte Theorien sprechen kann. Sofern also keine Theorie besteht (im Elementarfall eine wenn auch noch so spärliche Informationsmenge), kann

auch keine Modellbildung vorgenommen werden. Man lasse sich nicht durch die Redeweise „Modell eines Originals“ täuschen! Ein Original ist immer in bezug auf eine Theorie gegeben. Die Angabe des Originals, seine Benennung wie Beschreibung erfolgen in der Sprache, welche der Theorie zugrunde liegt. Ein nicht beschriebenes Original ist wissenschaftlich belanglos, besteht also nicht als Gegenstand weiterer wissenschaftlicher Untersuchungen. Mit philosophischen Termini ausgedrückt, kann man sagen, daß ein Original immer die Möglichkeit der Theorienbildung über dieses Original enthält.

Mit der konsequenten Bezugnahme auf eine gegebene Theorie über ein Original unterscheidet sich die Modelldefinition C grundsätzlich von den Definitionen A und B. In letzteren spielt eine solche Bezugnahme keine Rolle. Beide unterstellen vielmehr, daß ein Original ohne weiteres in der objektiven Realität aufweisbar sei, also ohne eine wie immer geartete konstruktive Tätigkeit gezeigt werden könne. Offenbar ist mit den Definitionen A und B eine Vorstellung verbunden, die meint, daß die Gegenstände der objektiven Realität unmittelbar eindeutig bestimmte Originale bilden, so daß eine Modellbildung nur voraussetzen würde, solche Originale zuvor aufzufinden (wie man materielle Gegenstände auffindet), um sodann durch Abbildung von oder aus der Menge dieser Gegenstände (Original) auf eine Menge anderer Gegenstände die Modellbildung auszuführen. Man könnte sagen, daß dies der Standpunkt von der „An-sich-Existenz“ von Originalen sei. Natürlich ist es unter Annahme eines derartigen Standpunktes nicht erforderlich, in eine Fixierung des Modellbegriffs die Voraussetzung der Existenz einer Theorie aufzunehmen.

Um das mit den angeführten Bemerkungen charakterisierte Problem zu exemplifizieren, sei nochmals das Sonnensystem bedacht. Der gewöhnliche umgangssprachliche, unkritische Gebrauch von „Sonnensystem“ besteht darin, diesen Terminus zur Bezeichnung unseres Zentralgestirns und seiner Planeten als materieller Gegenstände zu verwenden. (Wir verstehen „materieller Gegenstand“ so, daß mit diesem Ausdruck alles gemeint wird, was gezeigt oder ergriffen oder bewirkt werden kann, also aus der natürlichen Umwelt auswählbar ist.) Unter dieser Voraussetzung kann natürlich vom Sonnensystem als einem Modell des Atoms keine Rede sein. Anders ausgedrückt: Unter dieser Voraussetzung könnten wir nicht sagen, inwiefern „Sonnensystem“ das Original einer Theorie meint. Tatsächlich wird die Bedeutung dieses Terminus ja auch

erst im Rahmen einer bestimmten physikalischen Theorie fixiert. Damit aber werden die materiellen Gegenstände, die unser Sonnensystem ausmachen, genaugenommen als *Träger* der von dieser Theorie erklärten Eigenschaften und Beziehungen angesehen, sofern der Terminus Sonnensystem unter Zugrundelegung der Gravitationstheorie verwendet wird.

Dies hat nun die wesentliche Konsequenz zur Folge, daß das Original einer Theorie niemals im logischen Sinne identisch ist mit den materiellen Gegenständen, die wir zeigen, sofern wir das Original aufweisen. Vielmehr stellt das Original stets einen Ausschnitt aus unerschöpflich vielen Verhaltensmöglichkeiten der gezeigten materiellen Gegenstände dar, der als ein solcher Ausschnitt erst vermittels der Theorie bestimmt ist. Ein und dieselben materiellen Gegenstände können demzufolge Träger für viele verschiedene Originale sein (für geometrische Eigenschaften oder für chemische Eigenschaften oder für physikalische Eigenschaften usw.). Es ist philosophisch von höchster Wichtigkeit, daß genau keine logische Identifikation zwischen einem Original und denjenigen materiellen Gegenständen vorgenommen wird, die als Repräsentanten jener Eigenschaften und Beziehungen fungieren, welche das Original bestimmen. Eine derartige Identifikation wäre u. E. gleichbedeutend mit einer metaphysisch-materialistischen Position, die jede dialektische Darstellung ausschließt. Entweder man betrachtet das Original-Sein gewisser materieller Gesamttheiten für bestimmte Theorien als das *Produkt* vorangegangener Wechselwirkungen und daher als künftig aufhebbar (und das ist die Sicht der Dialektik), oder man betrachtet es als *unmittelbaren* Ausdruck der Wirklichkeit und daher die objektive Realität selbst als ewig bestehende Mannigfaltigkeit schon bekannter und noch nicht bekannter Originale (und das ist die Sicht der Metaphysik). Im ersten Fall kann ein Original von den materiellen Gegenständen nur *repräsentiert* werden (fällt also nicht mit diesen im Sinne der logischen Identität zusammen); im zweiten Fall sind die Gegenstände das Original (besteht zwischen beiden also logische Identität).

Es sei in diesem Zusammenhang daran erinnert, daß Hegels Idealismus und Dialektik grundlegend mit jener Vorstellung verbunden sind, welche z. B. in unserem Sonnensystem als einen Gesamtheit materieller Gegenstände nicht eine in der Zeit gegebene annähernde Repräsentation der Gravitationstheorie sah, sondern vielmehr umgekehrt diese Gesamtheit als unmittelbare Wirklichkeit der Gravitationsbeziehungen.

Hegel schreibt: „Die Natur *ist*, wie *sie ist*; und ihre Veränderungen sind deswegen nur *Wiederholungen*, ihre Bewegung nur ein Kreislauf“.⁵ Und in diesem Sinne behauptet er: „Die Bewegung des Sonnensystems erfolgt nach unveränderlichen Gesetzen ...“⁶ Darin zeigt sich eine klare Übernahme der metaphysischen Interpretation physikalischer Erkenntnisse durch Hegel, welche zugleich für ihn die Möglichkeit bot, Produktion und Geist logisch zu identifizieren, so daß seine Dialektik unvermeidlich idealistischen Charakter annehmen mußte.

Wenn die dialektische Methode erhalten bleiben soll, wenn weiter der Materialismus zu verteidigen ist (und *beides* ist auf dem Standpunkt des Marxismus-Leninismus selbstverständlich!), dann muß notwendig die Natur selbst als ein geschichtlicher Prozeß gedacht werden. Das aber bedeutet, daß eine Identifikation der materiellen Gegenstände mit den von einer Theorie beschriebenen Eigenschaften und Beziehungen vom Standpunkt der materialistischen Dialektik unannehmbar ist. Es kann sich dann stets nur darum handeln, daß in unseren Theorien (sofern sie empirische Gegenstände behandeln und nach logischen Normen konstruiert sind) dargestellte Eigenschaften und Beziehungen einen *Ausschnitt aus den Verhaltensmöglichkeiten* materieller Gegenstände angeben. In diesem Sinne ist unser Sonnensystem als eine gewisse Gesamtheit materieller Gegenstände eine relativ gute Repräsentation für das, was wir in der Gravitationstheorie aussagen. Gleichzeitig ist von vornherein klar, daß dies nicht immer der Fall war und nicht immer der Fall sein wird.

Wir gehen also prinzipiell davon aus, daß die materiellen Gegenstände stets mehr Verhaltensmöglichkeiten realisieren können, als in irgendeiner empirischen Theorie dargestellt sind. Dabei berücksichtigen wir die berühmte Auseinandersetzung Lenins mit jenen, die die Dialektik auf Eklektizismus reduzieren wollten. Er schrieb: „Ein Glas ist unstreitig sowohl ein Glaszylinder als auch ein Trinkgefäß. Das Glas besitzt aber nicht nur diese zwei Merkmale oder Eigenschaften oder Seiten, sondern eine unendliche Zahl anderer Merkmale, Eigenschaften, Seiten, Wechselbeziehungen ...“⁷ Indem wir die Unerschöpflichkeit der materiellen Gegenstände anerkennen (die wir in der Arbeit praktisch erfahren!), ist einsichtig, daß Originale empirischer Theorien niemals etwas

⁵ G. W. F. Hegel: Einleitung in die Geschichte der Philosophie. Berlin 1966. S 36.

⁶ G. W. F. Hegel: Philosophie des Geschichte. Stuttgart 1964. S 52.

⁷ W. I. Lenin: Werke, Bd. 32. Berlin 1967. S. 84.

anderes sein können als endliche Ausschnitte aus der unerschöpflichen Vielfalt möglicher Eigenschaften und Beziehungen, die durch materielle (oder ideelle) Gegenstände repräsentiert werden. (Unter ideellen Gegenständen verstehen wir solche, die durch theoretische Arbeit konstruiert werden und gegebenenfalls durch materielle angenähert werden können, wie z.B. Massenpunkte durch Stahlkugeln.)

Indem wir mit der Definition C Modelle als Modelle einer Theorie erklären, mag der Eindruck entstehen, daß auf diese Weise der hier gegen die Definition B erhobene Vorwurf, den Modellbegriff zu subjektivieren, auch gegen unsere Definition C erhoben werden könne. Das ist allerdings nur dann der Fall, wenn man den Terminus Theorie selbst subjektiviert, d.h. die Aussagen einer Theorie als ausschließlich subjektabhängig betrachtet. Eine derartige Betrachtungsweise kann jedoch auf dem Standpunkt des Materialismus nicht durchgeführt werden. Erstens ist eine Theorie im Sinne des wissenschaftlichen Begriffs niemals ein rein individuelles Produkt. Insofern sie die intersubjektive Kontrollierbarkeit ihrer Aussagen notwendig unterstellt, ist eine Theorie stets *gesellschaftliches* Produkt. Sollte also der Terminus subjektiv nur bedeuten, daß eine Abhängigkeit von einem einzelnen Individuum gemeint ist, so ist von vornherein keine wissenschaftliche Theorie subjektiv. Zweitens aber unterstellt jede Theorie, daß unter der Menge ihrer Aussagen eine erhebliche Teilmenge aufzuweisen ist, für deren Aussagen die Wahrheitsentscheidung bereits getroffen ist. (Das heißt, nicht alle Aussagen einer Theorie können Hypothesen sein, also bezüglich ihrer Wahrheitseigenschaft noch nicht entschiedene Aussagen.) Nun ist aber die Wahrheitsfindung stets ein Prozeß, in dem wir – wenigstens im Bereich der empirischen Wissenschaften – an materiellen Gegenständen operieren müssen, um festzustellen, ob die in den Aussagen dargestellten Sachverhalte auch Tatsachen sind. Damit aber kann eine Theorie in gar keinem Falle als rein subjektives Produkt aufgefaßt werden. Indem darüber hinaus eine Theorie als invariant bezüglich gleichbedeutender verschiedener Darstellungen zu betrachten ist, kann sie in gar keinem Falle als Ausdruck von Subjektivität angesehen werden. Vielmehr kann diese Eigenschaft nur den verschiedenen Darstellungen (sprachlichen Formulierungen) zugesprochen werden. Es trifft also nicht zu, daß die hier vorgeschlagene Modelldefinition den Modellbegriff subjektiviert. Das ist deshalb der Fall, weil die Voraussetzung eines Modells, eine Theorie, selbst die Eigenschaft der objektiven Wahrheit besitzt.

3.2. Modellbildung und Widerspiegelung

Indem wir feststellen, daß unsere nach den logischen Normen des wissenschaftlichen Verhaltens konstruierten Theorien stets nur Ausschnitte aus den Verhaltensmöglichkeiten gewisser Gesamtheiten materieller Gegenstände darstellen (sofern wir empirische Theorien betrachten), ist zur Erklärung dieser Feststellung kurz auf ihren Zusammenhang mit der materialistischen Widerspiegelungstheorie einzugehen. Bekanntlich ist es der grundlegende Satz der materialistischen Erkenntnistheorie, daß das Bewußtsein Abbilder der objektiven Realität liefert, sofern es wahre Aussagen aufstellt. Nun besteht gegenwärtig bei der Vertiefung des Verständnisses dieses Grundsatzes der materialistischen Widerspiegelungstheorie eine Tendenz, den Begriff der Widerspiegelung analog oder gar synonym zum mathematischen Abbildungsbegriff zu gebrauchen. Abbildung in diesem Sinne ist stets eine Teilmenge von der Gesamtheit aller geordneten Paare (x, y) , deren erstes Element x einer Menge M , deren zweites Element y einer Menge N angehört, wobei man die Gesamtheit aller geordneten Paare (x, y) auch *Produktmenge* $M \times N$ aus den Mengen M und N nennt. Dabei werden geordnete Paare (x_1, y_1) und (x_2, y_2) genau dann als gleich angesehen, wenn sie komponentenweise übereinstimmen (d. h., wenn $x_1 = x_2$ und $y_1 = y_2$).

Der mathematische Abbildungsbegriff besitzt einen sehr engen Zusammenhang mit dem mathematischen Begriff einer Relation. Da wir für die weitere Argumentation diesen Begriff ebenfalls benötigen, sei er hier kurz expliziert: Unter einer n -stelligen Relation (oder Beziehung) in einer gegebenen Menge M versteht man eine Teilmenge der Produktmenge $M \times \dots \times M$ (n -mal), d. h. eine Menge von geordneten n -Tupeln (x_1, x_2, \dots, x_n) deren Komponenten x_1, x_2, \dots, x_n gemeinsam der Menge M angehören. Ist etwa R eine binäre Relation in M und gehört das geordnete Paar (x, y) zur Menge $M \times M$, so sagt man auch, daß die Relation R auf das Paar (x, y) zutreffe (bzw. daß x und y in der Relation R zueinander stehen), man schreibt dann: xRy oder $R(x, y)$ oder Rxy . Es ist zu sehen, daß wir bei der Explikation des Abbildungsbegriffs von einer Produktmenge, gebildet aus zwei verschiedenen oder gleichen Faktoren M und N , ausgehen, während wir den Relationsbegriff unter Zugrundelegung einer gegebenen Menge M als Produkt von M mit sich selbst bilden. Der Unterschied zwischen einer Abbildung und einer Relation besteht also darin, daß zur Definition der Abbildung Mengenprodukte aus zwei

verschiedenen oder gleichen Mengen zugelassen sind, während Relationen Teilmengen von Mengenprodukten gleicher Faktoren sind.

Was bedeutet es nun, wenn man den philosophischen Begriff der Widerspiegelung im Sinne des mathematischen Abbildungsbegriffs verwendet? Offenbar kann nach den gegebenen Begriffsexplikationen eine derartige Deutung nur dann einen Sinn haben, wenn man der Meinung ist, daß die Produkte des Bewußtseins mit den Gegenständen der objektiven Realität gemeinsam eine Produktmenge bilden, so daß die Gegenstände der objektiven Realität den Urbildbereich, die Bewußtseinsprodukte den Bildbereich der Abbildung darstellen. Im Sinne unserer Diskussion des Modellbegriffs hätten wir danach zu sagen, daß das Original Urbildbereich (Definitionsbereich, Argumentbereich), das Modell aber Bildbereich (Gegenbereich, Wertebereich) sei. In der Tat haben die oben zitierten Definitionen A und B genau diese Sicht des Zusammenhangs zwischen einem Modell und der objektiven Realität im Auge, wenngleich sie nicht explizit ausgesprochen wird.

Wir machen nun mit aller Entschiedenheit darauf aufmerksam, daß einer derartigen Interpretation der marxistisch-leninistischen Widerspiegelungstheorie nicht zugestimmt werden kann, weil sie erstens der Möglichkeit einer wissenschaftlichen Begründung der materialistischen Dialektik jede Grundlage entzieht und weil zweitens mit ihr ganz unfaßbare Implikationen verbunden sind. Zur erstgenannten Konsequenz wollen wir hier nicht weiter Stellung nehmen.⁸ Was die unfaßbaren Implikationen anlangt, so bestehen sie darin, daß mit der Annahme des mathematischen Abbildungsbegriffs als eines Interpretationsmittels im Rahmen der marxistisch-leninistischen Erkenntnistheorie auch behauptet werden muß, daß die Bewußtseinsprodukte unabhängig und gleichzeitig mit den objektiv-realen Gegenständen gegeben sein müssen, wenn erstere Abbilder (im Sinne des mathematischen Begriffs) letzterer sein sollen. Das aber ist die Aufgabe der materialistischen Position in der philosophischen Grundfrage, das ist mindestens der Übergang auf die dualistische Konzeption im Sinne von Descartes. Denn es kann hier von einer Abhängigkeit des Bewußtseins von der Materie überhaupt nicht die Rede sein, sofern diese Abhängigkeit selbst genetisch gefaßt ist. Genau das aber wird ja auf dem

⁸ Siehe dazu: P. Ruben: Zum Verhältnis von Philosophie und Mathematik Dialektik und Logik – dargestellt am Widerspruch. In: DZfPh Sonderheft 1966, S. 167-188; P. Ruben: Zum Verhältnis von Sprache und Inhalt der marxistisch-leninistischen Philosophie. In: DZfPh Heft 8/1968, S. 968-984.

Standpunkt des monistischen Materialismus notwendig erklärt: Die Materie bringt das Bewußtsein hervor; das Bewußtsein besteht in Abhängigkeit von der Materie, nicht aber umgekehrt die Materie in Abhängigkeit vom Bewußtsein!

Wer also den philosophischen Terminus Widerspiegelung im Sinne des mathematischen Abbildungsbegriffs festlegen will, kann nicht ernsthaft den Materialismus verteidigen und schon gar nicht die wissenschaftlichen Grundlagen der materialistischen Dialektik darstellen. (Es sei denn, er verwendet den mathematischen Abbildungsbegriff höchst inkorrekt, so daß man überhaupt nicht genau ermitteln kann, was in einer solchen Darstellung denn eigentlich gemeint ist. Dann ist aber auch von ernsthafter Wissenschaftlichkeit nicht zu sprechen.) Die Abbilder des Bewußtseins und die objektiv-realen Gegenstände bilden keine Produktmenge im Sinne der Mengentheorie! Und es ist überdies u. E. nicht einmal zulässig, den Terminus objektive Realität so zu verwenden, als sei die Materie nichts als eine gegebene Mannigfaltigkeit von Gegenständen. (Diese Unterstellung muß ebenfalls gemacht werden, wenn man „Widerspiegelung“ im Sinne der mathematischen Abbildung versteht.) Sie ist doch wohl als ein historischer Prozeß zu verstehen, in dem die materiellen Wechselwirkungen zwischen den Gegenständen stets neue Bedingungen für stets neue Arten von Wechselwirkungen hervorbringen!

Das Absurde, das durch eine Interpretation der marxistisch-leninistischen Widerspiegelungstheorie mittels des mathematischen Abbildungsbegriffs schließlich zustande kommt, besteht endlich darin, daß die Menge von Abbildern bereits gegeben sein muß, ehe die Abbildung ausgeführt werden kann. Denn man kann eine Teilmenge aus einer Produktmenge selbstverständlich nur angeben, wenn die Produktmenge ihrerseits gegeben ist, d. h. hier, wenn die Menge von bewußten Abbildern schon vorausgesetzt ist. Damit eben steht man vor der Absurdität, daß die *Tätigkeit der Widerspiegelung* (verstanden als mathematische Abbildungsangabe) erst dann erfolgen kann, *wenn ihre Resultate* (verstanden als gewisse Abbildergesamtheit, d. h. als Bildbereich im mathematischen Sinne) bereits *vorgegeben* sind. Das bedeutet aber, daß die „Interpretation“ der materialistischen Widerspiegelungstheorie mittels des mathematischen Abbildungsbegriffs diese Theorie nicht etwa vertiefter und „exakter“ erfaßt, sondern sie genau umgekehrt bis zur Unerträglichkeit entstellt! Eine Tätigkeit

deren Ergebnisse schon gegeben sind ist allein ein fingiertes Verhalten, eine Aktion, die vielleicht in der Phantasie, nicht aber in der objektiven Realität ausführbar ist.

Diese Argumentation bezieht sich nicht nur auf mögliche, sondern auch auf tatsächlich vorgenommene Darstellungen. So versucht D. Wittich⁹ etwas zu explizieren, was er „Relation der Widerspiegelung“ nennt. Dabei benutzt er im Definiens die Zeichen „Id“, „Ab“ und „Üb“, von denen nur das Zeichen „Id“ als Bezeichnung der Identitätsrelation allgemein bekannt ist. Was „Ab“ und „Üb“ eigentlich bedeuten, ist aus Wittichs Ausführungen nur mit der Methode der wesensschauenden Einfühlung zu erraten, also mittels einer Operation, gegen die Wittich selbst mit Eifer polemisiert hat.¹⁰ Hätte er sich die Mühe gemacht, „Ab“ und „Üb“ korrekt zu explizieren, so wäre wahrscheinlich deutlich geworden, dass im Rahmen einer wirklich exakten Präzisierung die Negation der Identität mit der gleichzeitigen Behauptung der Übereinstimmungsbeziehung (die ja mathematisch gar nichts anderes ist als eben die Identität oder Gleichheit) logisch unverträglich wird. Wittich hat diese Festlegung nicht vorgenommen. Dadurch ist zwar seine „Definition“ nicht als antinomisch nachzuweisen, jedoch nur um den hohen Preis, dass sie gar kein sinnvoller Ausdruck im Rahmen der von ihm verwendeten Sprache ist! Wittich erzeugt also nur den *Schein* von Exaktheit. (Wie kräftig er diesem Scheine verhaftet ist, kann man daran erkennen, daß er Gegenstände mengentheoretischen Operationen unterwirft, die ihrerseits selbstverständlich genau nicht für Gegenstände, sondern für Klassen definiert sind!)

Abgesehen von diesen die Ausführung der Sache D. Wittichs betreffenden Bemerkungen, ist aber der prinzipielle Einwand zu erheben, daß man die erkenntnistheoretische Erklärung der Widerspiegelung genau nicht über den mathematischen Abbildungs- bzw. Relationsbegriff vornehmen kann. Nach der hier gegebenen Begriffsbildung (die natürlich nicht unsere Privaterfindung ist) können nur Elemente einer Menge (Klasse) Träger einer Relation sein. Die von Wittich „Abbild“ und „Abgebildetes“ genannten „Gegebenheiten“ müssen daher gemeinsam als geordnete Paare einer Produktmenge vorausgesetzt sein, damit überhaupt seine sogenannte „Relation der Widerspiegelung“ bestehen kann. Mit anderen Worten: Das, was Wittich

⁹ D. Wittich: Widerspiegelung und gesellschaftliche Praxis. Über zwei erkenntnistheoretisch relevante Widerspiegelungsbeziehungen. In: DZfPh. Sonderheft 1968. S. 33.

¹⁰ A. Kosing/D. Wittich: Über den Gegenstand der marxistischen Erkenntnistheorie. In: DZfPh, Heft 12/1967. S. 1410.

erklären wollte, hat er als gegeben und bekannt vorausgesetzt! Indem er übrigens nicht von „Elementen einer Menge“, sondern von „Gegebenheiten“ spricht, macht er völlig unklar, was er eigentlich mit dem Terminus Relation meint.

Die Interpretation des philosophischen Widerspiegelungsbegriffs mittels des mathematischen Begriffs der Relation bedeutet jedenfalls generell, daß Bewußtseinsprodukte und materielle Gegenstände bereits vor jeglicher Widerspiegelungstätigkeit als geordnete Paare (gebildet aus Bewußtseinsprodukten und materiellen Gegenständen) Elemente ein und derselben Produktmenge sein müssen. Eine solche Interpretation läuft objektiv auf eine cartesische Konzeption des Dualismus von Materie und Bewußtsein hinaus, der vom Standpunkt der marxistisch-leninistischen Philosophie entschieden widersprochen werden muß.

Unseres Erachtens ist der Weg einer sinnvollen Vertiefung des Verständnisses der dialektisch-materialistischen Widerspiegelungstheorie so gerichtet, daß man den Terminus Widerspiegelung im Rahmen der Philosophie als Mittel des Ausdrucks für die menschliche Erkenntnisarbeit an der objektiven Realität verwendet. Wenn wir die oben zitierten Bemerkungen Lenins zur Grundlage nehmen, so können wir sagen, daß unsere Prädikatworte unterschiedlichste „Merkmale oder Eigenschaften oder Seiten“ materieller Gegenstände darstellen, wobei die sprachliche Angabe eines Merkmals niemals einen materiellen Gegenstand ausschöpft (auch nicht die Angabe endlich vieler Merkmale!), folglich eine Aussage, die dieses Merkmal als dem Gegenstand zukommend erklärt, auch nicht als Darstellung des wirklichen Gegenstandes gedeutet werden kann.

Für die dialektisch-materialistische Widerspiegelungstheorie ergibt sich damit die wichtige Frage: Wenn eine (im einfachsten Fall) Elementaraussage keine Darstellung des wirklichen Gegenstands liefert, sondern nur eine seiner unerschöpflich vielen Seiten, was besagt dann eine solche Aussage über die objektive Realität? Diese Frage läßt sich positiv entscheiden, wenn man die von H. Hörz¹¹ gegen die metaphysische Gleichsetzung von Möglichkeit und Wirklichkeit vorgebrachten Argumente teilt. Dann kann man nämlich sagen, daß eine Elementaraussage (als prädikativer Ausdruck!) einen Sachverhalt als Möglichkeit effektiv darstellt, der zu einer Tatsache gemacht werden kann, sofern entsprechende Aktionen gegen diesen Gegenstand (der in der Aussage als

¹¹ Vgl.: H. Hörz: Der dialektische Determinismus in Natur und Gesellschaft. 3. erw. Aufl. Berlin 1969. S. 127-144.

reiner Träger des Prädikats fungiert) ausgeführt werden. Ein materieller Gegenstand, von dem wir sagen, daß er eine Vase sei, ist wirklich erst eine Vase, wenn wir Blumen hineinstellen. Sofern wir Papier hineinwerfen, behandeln wir ihn als Papierkorb. Vase-Sein und Papierkorb-Sein sind mithin „Merkmale oder Eigenschaften oder Seiten“ (Lenin), die dem Gegenstand als Möglichkeiten (d. h. als unter vorausgesetzten Bedingungen verwirklichtbare Fähigkeiten) zukommen, die aber bei ihrer Verwirklichung unter Umständen einander ausschließen. (Ein Papierkorb kann nicht zugleich in derselben Verwendung auch als Vase dienen und umgekehrt.)

In diesem Sinne können wir daher sagen, daß unsere Aussagen, sofern sie gemäß den logischen Normen des Denkens gebildet werden, nicht unmittelbar die objektive Realität darstellen, sondern vielmehr unmittelbar deren Möglichkeiten (sofern sie wahre Aussagen sind). Wir halten die von H. Hörz aus der philosophischen Analyse der modernen Physik gewonnene Feststellung über das Verhältnis von Möglichkeit und Wirklichkeit als ebenso bedeutungsvoll auch für die marxistisch-leninistische Widerspiegelungstheorie. Die Gleichsetzung von Möglichkeit und Wirklichkeit wirkt sich hier verhängnisvoll aus, indem man die Bedeutung logisch normierten Aussagen unmittelbar der Wirklichkeit gegenüberstellt. Dann kann man eben den philosophischen Abbildcharakter der Erkenntnis nur noch so deuten, daß man zum mathematischen Abbildungsbegriff greift und also zu der oben gezeigten Absurdität gezwungen wird.

Wenn wir aber die klare philosophische Unterscheidung zwischen Möglichkeit und Wirklichkeit konsequent beibehalten, dann ist nicht nur die wissenschaftliche Begründbarkeit der Dialektik aus der Natur des wissenschaftlichen Verhaltens selbst gesichert, sondern darüber hinaus sogar die Verwendung des mathematischen Abbildungsbegriffs möglich, was für die materialistische Begründung der Mathematik außerordentlich wichtig ist. Man stellt dann nämlich nicht mehr Wirkliches den Bewußtseinsresultaten, die selbst nach logischer Methode gewonnen sind, gegenüber, sondern vielmehr Mögliches, das von anderem Möglichem getrennt und unterschieden ist. Und offenbar gelingt es, im Sinne des mathematischen Abbildungsbegriffs die so getrennten und unterschiedenen Möglichkeiten (verstanden als logisch identische Objekte) als Urbildbereich zu deuten, wobei der Bildbereich die entsprechenden Bedeutungen unserer Worte und Sätze sind. Wir können hier auf eine nähere Diskussion dieser Auffassung nicht eingehen, wollen aber betonen, daß genau dies gemeint wird,

wenn Mathematiker und Theoretiker auf dem Standpunkt der Logik gelegentlich die Redeweise benutzen, daß wir „bis auf Isomorphie erkennen“ können. Zum Verständnis der weltanschaulichen Voraussetzungen eines derartigen Vorgehens verweisen wir auf den Beitrag von W. Heitsch¹², dessen Darstellung wir völlig akzeptieren.

Mit den gegebenen Ausführungen ist für die Modellbildung klar, daß ein Original nicht unmittelbar in der objektiven Realität vorfindbar ist, sondern durch Analyse von Möglichkeiten eines gewissen Zusammenhangs gewissermaßen aus der Wirklichkeit herauspräpariert wird. Diese Präparation geht einher mit theoretischer Konstruktion und ist ohne diese nicht effektiv vollzogen. Damit scheint uns die hier gegebene Modelldefinition auch vom Standpunkt der dialektisch-materialistischen Widerspiegelungstheorie wohl begründet.

¹² W. Heitsch: Die weltanschaulichen Voraussetzungen der klassischen Mathematik. In: DZfPh. Heft 8/1968. S. 936-941.