

Peter Ruben

Zum Verhältnis von Philosophie und Mathematik, Dialektik und Logik - dargestellt am Widerspruch¹

Mit den folgenden Darlegungen soll eine Diskussion des Widerspruchsproblems vorgetragen werden, die gewisse Gesichtspunkte in den Vordergrund rücken wird, von denen in den gegenwärtigen Überlegungen zu diesem Problem kaum Gebrauch gemacht wird. Ausgangspunkt der hier zu entwickelnden Konzeption sei der berühmte und für nicht wenige berüchtigte Satz Hegels: „Es bewegt sich etwas nur, ... indem es in einem und demselben Jetzt hier und nicht hier, indem es in diesem Hier zugleich ist und nicht ist.“² Mit dieser Formulierung drückt Hegel bekanntlich die „äußerliche sinnliche Bewegung“ als das unmittelbare Dasein des dialektischen Widerspruchs aus. Engels hat diese Aussage übernommen; in Lenins Konspekt der „Wissenschaft der Logik“ findet sich keine kritische Anmerkung zu ihr. Die Klassiker der marxistisch-leninistischen Philosophie geben nicht Anlaß, jene Aussage als unzutreffend zu charakterisieren.

Nun hat sich indes in der gegenwärtigen Diskussion des Widerspruchsproblems unter marxistischen Philosophen der Standpunkt eine gewisse allgemeine Anerkennung errungen, der Hegels Darstellung der Bewegung als des daseienden Widerspruchs ablehnt. Allerdings sind die Motivierung wie der Grad solcher Ablehnung recht unterschiedlich. Während etwa G. Klaus konsequent von einer „pseudowissenschaftlichen Formulierung“³ spricht, meint G. Stiehler, daß bei Hegel häufig eine „logisch widersprüchliche Fassung *dialektischer* Widersprüche“⁴ anzutreffen sei, die – nach G. Stiehler – mitunter auch in Arbeiten von Marx und Engels

¹ Erstveröffentlichung in der Deutschen Zeitschrift für Philosophie, 12(1966), Sonderheft *Materialismus und moderne Naturwissenschaft*, S. 167–188. Die Orthographie wurde angepaßt – bis auf die Verwendung des ß.

² G. W. F. Hegel: *Wissenschaft der Logik*. Teil II. Leipzig 1951. S. 59

³ G. Klaus: *Spezielle Erkenntnistheorie*. Berlin 1965. S. 259

⁴ G. Stiehler: *Der dialektische Widerspruch*. Berlin 1966. S. 77

auftrate. O. Weinberger gar will auf den Begriff des dialektischen Widerspruchs überhaupt verzichten.⁵

Das Gemeinsame dieses gegenwärtigen Standes der Debatte über das Widerspruchsproblem besteht offensichtlich darin, ohne weitere Reflexion die absolute und uneingeschränkte Gültigkeit des logischen Widerspruchssatzes zu akzeptieren. Es soll auch der geringste Schein vermieden werden, durch den ein bestimmter sprachlicher Ausdruck des dialektischen Widerspruchs in die bedrohliche und wissenschaftlich disqualifizierende Nähe des logischen Widerspruchs gerät. Dabei gehen die Autoren in der Regel von der *reinen* Verschiedenheit beider Widersprüche aus. Es herrscht sozusagen ein ängstliches Auseinanderhalten; logischer und dialektischer Widerspruch haben nach dieser Vorstellung nur das miteinander gemein, nichts miteinander gemein zu haben.

Die hier darzustellende Konzeption beruht nun wesentlich auf dem Gesichtspunkt, statt von der reinen Verschiedenheit vielmehr vom *konkreten Zusammenhang* der Sätze vom logischen und vom dialektischen Widerspruch auszugehen. Nicht die rein äußerliche Trennung, sondern die Frage nach der konkreten Identität der logischen und der dialektischen Bestimmung des Widerspruchs ist das Fundament der nachfolgenden Überlegungen. Bei der reinen Verschiedenheit beider Sätze zu verharren, ist eine Art des Denkens, die erst den Ausgangspunkt des philosophischen Bestimmens gewonnen, keineswegs jedoch diese Bestimmung effektiv vollzogen hat. Es kommt – gemäß der dialektischen Methode – darauf an, aus der äußerlichen Verschiedenheit zum wesentlichen Gegensatz fortzuschreiten und so den konkreten Zusammenhang zu erfassen. Selbstverständlich muß eine solche Konzeption vielseitig durchdacht und geprüft werden, ehe sie einen halbwegs angemessenen Grad wissenschaftlicher Zulänglichkeit erreichen kann. Das ist im Rahmen dieses Beitrages natürlich nicht möglich. Er kann und soll daher nicht mehr sein als eine Anregung, gewisse Denkmöglichkeiten abzutasten.

⁵ O. Weinberger: Der Relativierungsgrundsatz und der Reduktionsgrundsatz – zwei Prinzipien des dialektischen Denkens. Prag 1965

Umgangssprachliche Aussagen und der logische Widerspruch

Durch die Kritik an der Aussage Hegels über die widersprüchliche Natur der Bewegung wird ein Problem gestellt, das den Logiker zunächst überraschen mag. Es handelt sich um die Frage: Können *umgangssprachliche* Aussagen unmittelbar einen logischen Widerspruch ausdrücken? Ist also eine paradoxe Aussage der Umgangssprache ohne weiteres als Konjunktion kontradiktorischer Bestimmungen anzusehen? Die Bejahung dieser Frage ist nämlich die erste undurchdachte Unterstellung, die es ermöglicht, jene Aussage Hegels als logisch widersprüchlich zu charakterisieren.

Für die Diskussion dieses Problems sei zunächst völlig davon abgesehen, daß die Aussage Hegels eine philosophische Bedeutung ausdrückt. Die Frage nach der Natur des Erzeugens philosophischer Bedeutung wird noch zu überlegen sein. Hier gelte jene Aussage allein als paradoxe umgangssprachliche Erklärung. Sie ist damit von gleichem Typ wie etwa die folgende: Fritz ist ein Schüler und kein Schüler (die natürlich in keiner Weise philosophische Bedeutung ausdrückt). Die Frage lautet selbstverständlich: Stellt die Aussage über den Schüler Fritz *explizit* einen logischen Widerspruch dar? Das ist dann und nur dann der Fall, wenn die in ihr verwendeten Worte (sprachlichen Zeichen) *eindeutig eine* Bedeutung besitzen.

Nun ist zwischen einem Zeichen und seiner Bedeutung in der natürlichen Umgangssprache ganz und gar nicht von vornherein die Existenz einer eindeutigen Zuordnung gegeben. Sie ist vielmehr das Resultat der *Abstraktion*, also eines bestimmten Denkaktes, der vollzogen werden muß, ehe sinnvoll vom logischen Widerspruch die Rede sein kann. Wenn daher eine paradoxe umgangssprachliche Aussage als logisch widersprüchlich charakterisiert wird, so ist implizit unterstellt, daß die Existenz von Bedeutung allein und ausschließlich unter Voraussetzung der Abstraktion gesichert ist. Auf diese Weise wird das Bestehen einer Bedeutung so mit der Abstraktion verknüpft, daß Bedeutung-haben und Durch-Abstraktion-bestimmt-sein als logisch äquivalente Erklärungen gelten. Was mithin nicht durch Abstraktion bestimmt ist, ist daher nicht bestimmt, hat gar keine Bedeutung. Diese Unterstellung, die sich in anderer Weise (nämlich vermittels der Erklärung dessen, was eine sinnvolle Aussage sei) noch unmittelbarer ausdrückt, ist m. E. eine der wesentlichsten Ursachen für das bisher ungeklärte Verhältnis von Mathematik und Philosophie, von Logik und Dialektik. Es kommt darauf an, zu erkennen, daß die Existenz von Bedeutung *nicht*

ausschließlich durch die Abstraktion hergestellt wird, daß insbesondere *die Philosophie nicht abstrahiert*, daß philosophische Bedeutung durch eine andere (genauer gesagt: dialektisch entgegengesetzte) Aktion des Denkens zustande kommt, die man sinnvoll *Konkretion* nennen sollte.

Bezüglich der natürlichen Umgangssprache muß festgestellt werden, daß die mit ihren Aussagen ausgedrückten Sachverhalte stets als *sinnlich-konkrete* gemeint werden. Das in der Umgangssprache Gemeinte sind sinnlich-konkrete Totalitäten von unbestimmter Mannigfaltigkeit. Die umgangssprachliche Bedeutung stellt ein kontinuierliches Bedeutungsfeld dar, weil das Gemeinte immer ein sinnlich-konkreter Sachverhalt ist. Diese Natur der umgangssprachlichen Bedeutung verbietet es, Aussagen in der natürlichen Umgangssprache unreflektiert logische Widersprüchlichkeit zu bescheinigen. Unter der Voraussetzung, daß der vorgestellte Satz über den Schüler Fritz eine umgangssprachliche Aussage ist, kann mit Bestimmtheit festgehalten werden, daß nicht notwendig ein logischer Widerspruch mit ihr ausgedrückt worden ist. Bedingung dafür ist, daß in ihr *keine* eindeutige Zuordnung von Zeichen und Bedeutungen besteht.

Nun kann man einwenden, daß mit der Existenz von wenigstens zwei Bedeutungen (z. B. für das Wort Schüler) eine Äquivokation formuliert sei. Soll der Ausdruck Äquivokation allein die Feststellung bedeuten, daß Vieldeutigkeit vorliege, so ist nichts weiter zu sagen. Um dieses Phänomen der umgangssprachlichen Kommunikation geht es gerade. Soll aber der Ausdruck darüber hinaus meinen, daß das fragliche Wort „an sich“ eindeutig bedeutet sei, daß also nur ein *subjektives* Versagen desjenigen vorliege, der es eben nicht eindeutig verwende, so hat man sich in den Bereich philosophischer Problematik begeben, ohne dies recht zu bemerken. Man hat so implizit eine philosophische Entscheidung gefällt, nämlich erklärt, das Reich der Bedeutungen bestehe „an sich“, d. h. ohne Zutun derjenigen, die deuten. Damit ist der Platonismus proklamiert. Es bedarf sicher keiner weitschweifigen Erörterungen zu erkennen, daß eine solche Vorstellung sich nicht mit den Grundauffassungen des dialektisch-historischen Materialismus verträgt.

Unausgesprochen enthält der Einwand, daß der angegebenen Aussage und ähnlichen Aussagen bloße Äquivokationen zugrunde liegen, zunächst die Voraussetzung, *nur* solche Aussagen als *sinnvoll* zuzulassen, deren Bedeutung vermittels der Abstraktion hergestellt ist. Die Abstraktion führt aber aus der Sphäre umgangssprachlicher Bedeutung hinaus. Sie verwandelt das sinnlich Konkrete, den sinnlich-gegenständlichen

Zusammenhang, in eine Relation, in der die natürlichen Dinge, die miteinander zusammenhängen, zu reinen Repräsentanten der Relation werden, selbst allein in der Bestimmung der *logischen* Identität gelten. Der Schüler Fritz etwa wird zum *f*-ten Element in der Menge, die die Eigenschaft „Schüler“ repräsentiert. Durch die Abstraktion ist sein sinnlich-konkretes Dasein aufgehoben; er ist Individuum in der Menge und sonst nichts. Erst *nach* diesem Akt des abstrakten Bestimmens ist die Eigenschaft „Nicht-Schüler“ *genau* die Intension der Komplementärmenge. Das Verbot des logischen Widerspruchs ist, positiv ausgedrückt, die Behauptung, daß eine Disjunktion aller Individuen bezüglich einer Eigenschaft ausführbar ist. Die Existenz eines logischen Widerspruches würde daher gerade bedeuten, daß die Disjunktion nicht hergestellt, die Abstraktion nicht vollzogen worden ist. "Das Auftreten eines absurden Widerspruchs beweist . . . , daß im Ansatz etwas falsch war."⁶

Die Bedeutung in umgangssprachlichen Aussagen ist aber nicht durch die Abstraktion gesetzt. Sie besteht vielmehr in der *unmittelbaren Konfrontation* des Aussagenden mit dem sinnlich-konkreten Sachverhalt; sie wird im einfachsten Fall durch das handgreifliche Zeigen des Gemeinten realisiert. Der sinnlich-praktische Akt des Zeigens ist die wirkliche Produktion umgangssprachlicher Bedeutung, die in einem die Verwandlung des gezeigten Sachverhalts in ein Zeichen ist. Damit ist zwar das Zeigen *der Möglichkeit nach* auch stets Abstraktion, aber insofern das Gezeigte in der umgangssprachlichen Kommunikation in der Bestimmung verbleibt, sinnlich-konkreter Sachverhalt zu sein, wird die Abstraktion *nicht verwirklicht*.

Damit darf festgestellt werden, daß es nicht zulässig ist, paradoxe umgangssprachliche Aussagen als explizite Ausdrücke logischer Widersprüche zu charakterisieren. Aus der reinen Existenz eines grammatikalischen Prädikats und seiner

⁶ 5 K. Schröter: Mathematik und Gesellschaft. In: Kleine Enzyklopädie Mathematik. Leipzig 1965. S. 7. Man muß m. E. der Kritik von K. Schröter völlig zustimmen, wenn er erklärt: "Gegen das Prinzip, daß nur in solchen Fällen, in denen Äquivalenzrelationen vorliegen, abstrahiert werden kann, wird in der Philosophie häufig verstoßen. Auf diesen Verstößen beruht es gerade, daß die allgemeinen Abstraktionsprozesse in der Philosophie in Verruf geraten sind. Bei einwandfreien Abstraktionsprozessen handelt es sich eben weitgehend gerade um die Abbildung realer Verhältnisse durch mathematische Begriffe." (Ebenda, S. 5) Durch die Klärung der Natur der Abstraktion innerhalb der Mathematik ist an die Philosophie die Frage gerichtet, worin die Natur *ihres* Bestimmens von Begriffen bestehe. Man kann natürlich sagen, daß die Philosophie auch "abstrahiere" (wenn man so sehr am Wort hängt), muß aber wenigstens erklären, worin die Natur des philosophischen Abstrahierens bestehe. Falls sie sich nicht von der mathematischen unterscheidet, so sind wir wieder dort, wo Descartes begonnen hat. Auf den Unterschied also kommt es an. Um ihn in den Griff zu bekommen, ist hier – unter Voraussetzung der Darstellung von Marx über das Aufsteigen vom Abstrakten zum Konkreten – vollständig darauf verzichtet worden, der Philosophie die Methode der Abstraktion zu vindizieren. Man muß den wirklichen Gegensatz von Mathematik und Philosophie aussprechen, um ihre konkrete Identität überhaupt zu erfassen. Dazu scheint mir gerade die Gegenüberstellung von Abstraktion und Konkreteion eine vernünftige Basis zu sein.

Negation (die wegen der umgangssprachlich nicht bestehenden Eindeutigkeit, d. h. wegen der nicht vollzogenen Abstraktion, nicht als logische Negation anzusehen ist) kann nicht der Schluß gezogen werden, daß ein logischer Widerspruch ausgedrückt sei. Die Aussage Hegels über das Sein und Nichtsein in einem Hier implizierte dann und nur dann einen logischen Widerspruch, wenn der Ausdruck "Nichtsein" als Intension derjenigen Menge gelten würde, die komplementär wäre zur Extension der Eigenschaft "Sein". Allein unter dieser Voraussetzung bildete das Prädikat "Nichtsein" (bzw. "Nichts") das logische Negat des Prädikats "Sein". Nur bei dieser Unterstellung implizierte Hegels Aussage in der Tat einen logischen Widerspruch.

Schon die geringste Kenntnis der Philosophie Hegels reicht hin, zu wissen, daß bei ihm in gar keiner Weise die Ausdrücke "Sein" und "Nichts" als logisch kontradiktorische gelten. Darüber hinaus muß hier aber darauf aufmerksam gemacht werden, daß ein Zusammenhang von dem manche Vertreter der logischen Sprachanalyse gern (und philosophisch absolut naiv) Gebrauch machen, längst von Hegel erkannt war. Wir meinen die Feststellung, daß die Ausdrücke „Sein“ und „Nichts“ nicht zur Menge der Prädikatausdrücke gehören, sondern vielmehr zu der der logischen Funktoren und Operatoren. Danach ist es also sinnlos, von einer Menge zu sprechen, welche die Eigenschaft „Sein“ repräsentiert. Gemäß dieser Erkenntnis gefallen sich logische Positivisten darin, philosophische Bestimmungen vom Sein (und Nichts) als sinnlose Aussagen zu denunzieren.

Bei einem aufmerksamen Studium der Erkenntnisse Hegels bezüglich des Zusammenhanges von Mathematik und Philosophie (wozu man sich allerdings frei machen muß von Affekten, die durch gewisse Wertungen der Mathematik seitens Hegels verständlich sind⁷) findet man unmittelbar den m. E. fundamentalen Ansatz des Philosophen, daß die Mathematik nicht als „Vorbild“, nicht als "Paradigma" für die Philosophie gelten könne. Hegel hat damit nicht eine einfache Behauptung ausgesprochen; er hat im Gegenteil bereits in der Vorrede zur "Phänomenologie des Geistes" recht präzise dargetan, daß die *philosophische Aussage nicht im Sinne der*

⁷ Weil Hegel auf dem Boden des *Idealismus* steht, wird er mit der wirklichen Natur der Abstraktion nicht fertig. Er begreift sie nur als ein „Absehen“. Aber das ist einfach falsch. Sie ist zugleich auch „Zusehen“, d. h. positive Bestimmung eines Zusammenhangs als Relation. Die „gemeine Menge“, die mit der Aussage: „Da geht ein Mörder!“ nach Hegel abstrakt denken soll, denkt mitnichten abstrakt, sondern sinnlich-konkret. Der Aussage liegt wohl das Abstrakte zugrunde, nämlich die Elementrelation. Sie meint diese aber in keinem Falle. Die „gemeine Menge“ wäre vermutlich sehr verdutzt zu hören, sie hätte nichts gesagt als „ $a \in M$ “. Man muß sich von der Vorstellung frei machen, daß das Abstrakte angeblich darin bestehe, vom „Mörder als solchem“ zu sprechen. Dies ist nicht die wirkliche Bestimmung durch die Abstraktion, sondern vielmehr Resultat ihrer metaphysischen Interpretation. Die wirkliche Abstraktion trennt nicht Zusammenhänge, sondern führt sie auf einfache Relationen zurück.

sinnvollen Aussage des abstrakten Denkens (der Mathematik und Logik) formuliert werden kann. *Philosophische Bedeutung komme nicht durch Abstraktion zustande.* „Der philosophische Satz, weil er Satz ist, erweckt die Meinung des gewöhnlichen Verhältnisses des Subjekts und Prädikats und des gewohnten Verhaltens des Wissens. Dies Verhalten und die Meinung desselben zerstört sein philosophischer Inhalt . . . “⁸

Für die Ausdrücke "Sein" und "Nichts" bedeutet diese Feststellung insbesondere, daß sie in der Philosophie ganz und gar nicht als prädikative Bestimmungen gelten. Ein sprachlicher Ausdruck kann im logischen Sinne nur dann als Prädikat gelten, wenn die Abstraktion erfolgt ist. Handelt es sich aber bei der philosophischen Bestimmung um eine von der Abstraktion *verschiedene* Denkaktion, so ist von vornherein jener Vorwurf des logischen Positivismus gegen philosophische Aussagen über das Sein und das Nichtsein gegenstandslos. Ebenso kann die Erklärung der Bewegung als das Sein und Nichts in einem Hier nicht als logisch widersprüchlich ausgegeben werden, weil gar keine prädikative Verwendung der fraglichen Ausdrücke vorliegt.

Zusammenfassend ist zu sagen: 1. Indem Hegels Aussage über den Widerspruch in der Bewegung zunächst in *umgangssprachlicher* Form besteht, kann schon allein aus diesem Grunde unmittelbar nicht von der Existenz eines logischen Widerspruchs die Rede sein. Es ist überhaupt sinnlos, daß die Widerspruchsproblematik mittels umgangssprachlicher Aussagen, die als solche nie eine eindeutige Zuordnung von Zeichen und Bedeutungen enthalten, debattiert wird. Wird eine umgangssprachliche Aussage unvermittelt zum Ausdruck eines logischen Widerspruchs erklärt, so ist stillschweigend die ausgeführte Abstraktion vorausgesetzt. Die Behauptung, daß ein logischer Widerspruch bestehe, meint dann nichts weiter als dies, daß der Aussagende *nicht wirklich abstrahiert habe*. 2. Der Vorwurf gegenüber der Hegelschen Bewegungsbestimmung hat dann und nur dann einen Sinn, wenn die Philosophie gemäß den Prinzipien des abstrakten Denkens ihre Aussagen formuliert. Entsprechend der Konzeption, die Hegel selbst von der philosophischen Methode entwickelt hat, ist ein solcher Sinn nicht gegeben. Der Vorwurf gegen Hegel, logisch widersprüchlich zu formulieren, ignoriert schlechthin die Tatsache, daß gerade er es war, der als erster in weiten Maßen die Natur des philosophischen Denkens erkannt hat, nämlich – statt abstraktes – konkretes Denken zu sein. „Mit bloßen Abstraktionen oder formellen Gedanken hat es . . . die Philosophie ganz und gar nicht zu tun, sondern allein mit konkreten Gedanken . . . In der spekulativen Logik ist die bloße *Verstandes-Logik*

⁸ G. W. F. Hegel: Phänomenologie des Geistes. Berlin 1964. S. 52

enthalten und kann aus jener sogleich gemacht werden; es bedarf dazu nichts, als daraus das Dialektische . . . wegzulassen . . .“⁹

Das Problem der sinnvollen Aussage

Um zu einer genaueren Erfassung der philosophischen Bestimmung des Widerspruchs zu gelangen, ist eine scheinbare Entfernung von der Philosophie erforderlich. Um zu sehen, was eine philosophisch sinnvolle Aussage ist, ist die Besinnung auf die im logisch-mathematischen Denken gültige Erklärung der sinnvollen Aussage fruchtbar. Dies drückt nur die dialektische Natur des Denkens als wirklicher Tätigkeit aus, das etwas erkennt, indem es dies in Beziehung zu dem setzt, was es nicht ist. Damit ist unmittelbar ausgedrückt, daß entsprechend der hier entwickelten Konzeption mathematisches und philosophisches Denken als *konkrete* Gegensätze gelten (also genau im Sinne der dialektischen Negation aufgefaßt werden). Dies entspricht der Vorstellung, die Leibniz ausdrückt, wenn er davon spricht, daß man ohne die Mathematik nicht auf den Grund der Philosophie, ohne die Philosophie nicht auf den Grund der Mathematik, ohne beide auf den Grund von gar nichts kommt.

Im Sinne des logisch-mathematischen Denkens gilt eine Aussage dann als sinnvoll, wenn sie von Dingen aussagt, daß ihnen eine gewisse Eigenschaft zukommt. Für das philosophische Verständnis ist hier von grundlegender Bedeutung zu erkennen, daß in dieser Formulierung die Ausdrücke „Ding“ und „Eigenschaft“ eine spezifisch *mathematische* Bedeutung gewinnen. Zunächst sind sie rein synkategorematisch verwendet, d. h., sie besitzen jeweils für sich allein überhaupt keine Bedeutung. Es wird mit der Erklärung der sinnvollen Aussage für das mathematische Denken nicht explizit bestimmt, was unter einem Ding und unter einer Eigenschaft zu verstehen sei. Dieser Sachverhalt bleibt unberücksichtigt, wenn der mit jener Erklärung implizierte Dingbegriff (bzw. Eigenschaftsbegriff) unmittelbar auf die empirische Wirklichkeit angewendet wird.

Das mathematisch-logische Denken expliziert aber durchaus die beiden fraglichen Begriffe. „ . . . *a* ist ein *Ding* genau dann, wenn $a = a$ gilt“¹⁰. „Eine Eigenschaft ist das,

⁹ G. W. F. Hegel: Encyclopädie der philosophischen Wissenschaften. Leipzig 1949. S. 103

¹⁰ D. Klaua: Allgemeine Mengenlehre. Berlin 1964. S. 33

was gewissen Einzeldingen zukommen oder auch nicht zukommen kann.“¹¹ Wir können auch formulieren: Eine Eigenschaft ist das, was gewissen Einzeldingen nicht zugleich zukommen und nicht zukommen kann. Es zeigt sich, daß mit der Erklärung der sinnvollen Aussage, wie sie gewöhnlich vom logisch-mathematischen Denken vorgenommen wird, eine grundlegende, das *mathematische Denken begründende Implikation* ausgesprochen ist. Die "Dinge" gelten allein und ausschließlich im Sinne der logischen Identität; philosophisch gesprochen: Sie sind nur und nur in der Bestimmung des Seins gefaßt. Mit anderen Worten: Vermittels der Erklärung einer sinnvollen Aussage ist zugleich eine die Mathematik begründende Disjunktion formuliert: Die "Einzeldinge" sind entweder oder sie sind nicht! Sein und Nichts sind für die Mathematik disjunkt; oder wir betreiben Mathematik, wenn wir Sein und Nichts als disjunkt behandeln.

Wenn nun dieser mathematische Dingbegriff unvermittelt auf die „Dinge der Realität“ übertragen wird (und das, erfolgt genau dadurch, daß man die Erklärung der tatsächlich *mathematisch* sinnvollen Aussage als eine Bestimmung sinnvollen Aussagens *überhaupt* behandelt), so wird nichts anderes als Metaphysik betrieben, d. h., der Standpunkt der Mathematik wird als Standpunkt der Philosophie (unbewußt) genommen. Es wird behauptet, daß die „Dinge der Realität“ allein Seiende seien. Damit wird die Bewegung als den realen Dingen äußerlich aufgefaßt; der mathematische Sinn hat sich in philosophischen Unsinn verwandelt. Dieser Zusammenhang des mathematischen Standpunktes gegenüber der Wirklichkeit mit seiner metaphysischen Depravation ist übrigens auch zuerst in aller Deutlichkeit von Hegel erkannt worden. Er bemerkt in seiner philosophischen Analyse der klassischen Mechanik: „. . . es ist um ein Bewußtsein zu tun über die Überschwemmung der physischen Mechanik mit einer *unsäglichen Metaphysik*, die . . . jene mathematischen Bestimmungen allein zu ihrer Quelle hat.“¹²

Es ist also die Identifikation des mathematischen Dinges mit dem "Ding der Realität", welche von vornherein jedes sinnvolle Bemühen um die Natur des dialektischen Denkens ausschließt. Denn mit dieser Identifikation (die auch dadurch vorgenommen wird, daß der logische Widerspruchssatz in der so genannten ontologischen Fassung erklärt wird) wird der grundlegende Ausgangspunkt des entwickelten philosophischen Denkens (das ist das dialektische), nämlich die

¹¹ D. Hilbert / W. Ackermann: Grundzüge der theoretischen Logik. 4. Aufl., Berlin-Göttingen-Heidelberg 1959. S. 43

¹² G. W. F. Hegel: Encyclopädie der philosophischen Wissenschaften. S. 232

„*Aufhebung*“ der Disjunktion von *Sein* und *Nichts*, vollkommen verschüttet. Sie ist – wenn man so sagen will – ein negativer Akt der Bestätigung der Notwendigkeit der Philosophie durch das mathematische Denken. Es zeigt sich darin das Bedürfnis, von der Realität der Dinge eine Bestimmung zu geben, die die Einseitigkeit der abstrakten Erklärung aufhebt, also über den mathematischen Standpunkt hinausweist.

Die unvermittelte Identifikation der "Dinge" im Sinne der Mathematik mit den "Dingen der Realität" muß entschieden abgelehnt werden. Man kann nicht ein Objekt, das sich als *Resultat* der Abstraktion ergeben hat, mit dem identifizieren, was gerade die *Voraussetzung* für sie ist. So erklärt man die logisch identischen Dinge für die eigentlich realen, die einzig wirklichen, wobei dann aber auch zu fragen bleibt, welchen effektiven Sinn das Abstrahieren haben sollte, da doch dessen Resultat gar nicht wirklich erzeugt zu werden braucht, wenn die Dinge als logisch identische zugleich die eigentlich realen sind.

In der Erklärung der sinnvollen Aussage findet sich, sofern sie in ihrem wirklichen Sinne, die Natur des *mathematischen* Denkens auszudrücken, aufgefaßt wird, vielmehr eine erste positive Bestimmung des Verhältnisses der Mathematik zur Philosophie. Sie enthält nämlich implizit die Feststellung, daß der philosophische Standpunkt gegenüber der Wirklichkeit *nicht* gelten soll, d. h., es sollen Sein und Nichts nicht in konkreter Identität gedacht werden, sondern gerade in disjunktiver Trennung. Damit erklärt sich die Mathematik als *konkrete* Negation der Philosophie, als deren dialektische „*Aufhebung*“, als Nichtphilosophie.

Die disjunktive Trennung von Sein und Nichts ist ebensowenig totale Unsinnigkeit wie einzige und ausschließliche Bedingung des Erkennens. Sie ist als der positive Ausgangspunkt der Mathematik die Reflexion einer grundlegenden Bestimmung aller wirklichen Bewegung. Ihr konkreter Gegensatz, nämlich die dialektische Identität von Sein und Nichts (der positive Ausgangspunkt der Philosophie), ist eine ebenso grundlegende Bestimmung aller wirklichen Bewegung. Dies wird noch genauer zu durchdenken sein. Hier sei nur betont, daß die Wahrheit des einen Prinzips als die Falschheit des anderen zu behaupten eine zutiefst metaphysische Proklamation ist, welche die logische Negation als einzigen Inhalt des wirklichen Negierens weiß. Als praktischer Streit zwischen Mathematikern und Philosophen ist das gegenseitige Behaupten der Wahrheit des eigenen und der Falschheit des jeweils anderen Prinzips nur der bewußtlose Ausdruck des wirklichen dialektischen Widerstreits zwischen Mathematik und Philosophie.

In der Erklärung der sinnvollen Aussage, wie sie vom mathematischen Denken vorgenommen wird, ist nun an sich. d. h. der Möglichkeit nach, die philosophische Bedeutung enthalten. Dies zeigt sich unmittelbar in der synkategorematischen Verwendung der Ausdrücke Ding und Eigenschaft. Damit ist implizit ausgesprochen, daß das Ding nur in Bezug auf die Eigenschaft, die Eigenschaft allein bezüglich des Dinges einen effektiven Sinn hat. Von dieser einfachen Tatsache, die sich im wirklichen Vollziehen des abstrakten Denkens (also in seiner Natur, tatsächliche Aktion zu sein) zeigt, geht die Philosophie aus. Ihre positive Bestimmung vermittelt der Konkretion besteht dann darin, zu erklären, daß Ding und Eigenschaft Gegensätze in dialektischer Identität sind. Das Ding ist ein wirkliches nur, indem es vermittelt der Eigenschaft besteht. Die Eigenschaft besitzt nur als dingliche Realität.

Die Konkretion führt zum expliziten Ausdruck eines Zusammenhanges als *Einheit von Mannigfaltigem*. Erscheinen Ding und Eigenschaft vermittelt der Abstraktion im Verhältnis der Zuordnung, so zeigen sich beide vermittelt der Konkretion als einander bedingende Momente eines untrennbaren Zusammenhangs. Gelten sie dem mathematischen Denken als Leerstellen einer Relation (wobei für die Mathematik gerade der spezielle Charakter der Relation der eigentliche Gegenstand ist), so sind sie dem philosophischen Denken Akteure eines inneren Zusammenhanges (wobei für die Philosophie der spezielle Charakter der Relation unwesentlich wird). Wird vermittelt der Mathematik ein realer Zusammenhang als bestimmte Relation gegenständlich, als abstraktes Verhältnis. so erfaßt die Philosophie eben diesen Zusammenhang als wesentlichen Gegensatz, als konkretes Verhalten.

Um das Wesen der Erklärung, daß eine sinnvolle Aussage eine Zuordnung von Ding und Eigenschaft sei, ein wenig anschaulicher zu machen, sei eine rote Kirsche vorgestellt. Wie kommen wir zu der Vorstellung, daß das *Ding* Kirsche *verschieden* von der *Eigenschaft* rot sei? In der unmittelbaren sinnlich-gegenständlichen Konfrontation mit der bestimmten roten Kirsche sehen wir doch nicht das Ding Kirsche und dann auch die Eigenschaft rot, sondern das Ding ist Kirsche nur, indem es rot ist. und es ist als rotes zugleich Kirsche. Natürlich kennen wir deshalb jene Verschiedenheit von Ding und Eigenschaft formulieren. weil wir außer roten Kirschen noch viele andere rote Dinge sehen. Überdies sind Kirschen nicht immer rot. So platt diese Antwort zunächst scheinen mag, so prinzipiell ist sie. Wir kommen nämlich zu jener Unterscheidung zwischen Ding und Eigenschaft *allein unter Voraussetzung der wirklichen, sinnlich-gegenständlichen Bewegung*. Um zu wissen. daß es außer dieser roten Kirsche andere

rote Dinge gibt (daß also die Eigenschaft rot etwas vom Ding Kirsche Verschiedenes ist), müssen wir uns bewegen. Damit geben wir das bestimmte Verhältnis zu dieser einzelnen roten Kirsche auf. gehen neue und stets neue Verhältnisse zu anderen roten Dingen ein. Um zu wissen, daß es außer roten Kirschen z. B. grüne gibt (daß also das Ding Kirsche eben nicht unvermittelt mit der Eigenschaft rot zusammenfällt), müssen sich die Kirschen bewegen, d. h. sich verändern, sich entwickeln. Diese doppelte Bewegung, unsere wie die der Dinge außer uns, ist die fundamentale Voraussetzung dafür, daß wir überhaupt zu jener Unterscheidung von Ding und Eigenschaft gelangen können.

Es kann hier sinnvoll eine Bemerkung über die Realität des Allgemeinen angefügt werden. Häufig wird erklärt, das Allgemeine sei in den Dingen (in re). Diese Vorstellung ist philosophisch ungenügend. Sie gehört dem gemäßigten Realismus an, kann jedoch nicht ernsthaft als Auffassung des dialektischen Materialismus proklamiert werden. Das Ungenügende dieser Erklärung ergibt sich dabei wesentlich aus der in ihr bestehenden Unbestimmtheit des Dingbegriffs. Gelten nämlich hier die Dinge nur insofern als Dinge, als sie auseinander bestehen (also eine Vielheit logisch identischer Objekte bilden), so haben wir sofort die Konzeption einer Metaphysik vor uns, die in den Dingen nach der Materie „als solcher“ sucht. Aber das Allgemeine ist nicht so in den Dingen, daß wir es wie Radieschen aus der Erde zu ziehen vermögen.

Real sind die Dinge als gegeneinander wirkende. Erst indem sie sich gegeneinander bewegen, bestimmen sie sich als etwas miteinander gemein habend, verwirklichen sie also das Allgemeine. Dies ist daher ebenso außerhalb der Dinge, insofern diese selbst einander äußerlich sind (was den Ausgang der mathematischen Bestimmung des Allgemeinen bildet); und es ist zugleich in den Dingen, insofern diese gegeneinander wirken und darin einander selbst innerlich sind (was den Ausgang der philosophischen Bestimmung des Allgemeinen bildet). Man muß diese Doppelnatur der Realität des Allgemeinen festhalten, um den Sinn des dialektischen Denkens zu erfassen. Sie ist unmittelbar durch die Realität der natürlichen Dinge selbst bestimmt. Ein Ding ist ein wirkliches nur, insofern es andere *außer sich* hat, gegen die es *wirkt*. Oder ein Ding ist nur als wirkendes wirklich, was nie etwas anderes als gegenständliches Verhalten gegen Dinge außer ihm ist.

Marx hat in seiner grundlegenden Kritik an Hegel die für den dialektischen Materialismus fundamentale Auffassung der Einheit von Gegenständlichkeit und Tätigkeit begründet. „Das gegenständliche Wesen . . . setzt *nur Gegenstände*, weil es

durch Gegenstände gesetzt ist ... In dem Akt des Setzens fällt es also nicht aus seiner ‚reinen Tätigkeit‘ in ein Schaffen des Gegenstandes, sondern sein gegenständliches Produkt bestätigt nur seine gegenständliche Tätigkeit. . .“¹³ Und weiter heißt es bei Marx: „Ein Wesen, welches seine Natur nicht außer sich hat, ist kein *natürliches* Wesen . . . Ein Wesen, welches keinen Gegenstand außer sich hat, ist kein gegenständliches Wesen. Ein Wesen, welches nicht selbst Gegenstand für ein drittes Wesen ist, hat kein Wesen zu seinem Gegenstand, d. h. verhält sich nicht gegenständig . . . Ein ungegenständliches Wesen ist ein *Unwesen*.“¹⁴ Unter Voraussetzung des Standpunktes von Marx können die Ausdrücke Gegenstand und Wesen unmittelbar als philosophische Analogia zu den Ausdrücken Ding und Eigenschaft aufgefaßt werden, bedeuten sie die konkreten Entsprechungen jener abstrakten Bestimmungen. Damit besagen die Formulierungen von Marx eben das, was weiter oben aus der Tatsache des synkategorematischen Auftretens von Ding und Eigenschaft in der Erklärung der für das mathematische Denken sinnvollen Aussage gefolgert worden ist. Eine nichtdingliche Eigenschaft ist keine wirkliche Eigenschaft.

Für die Natur des philosophisch sinnvollen Aussagens ergibt sich wegen seines dem mathematischen Denken konkret entgegengesetzten Ausgangspunktes zwangsläufig eine andere Bestimmung. Weil das philosophische Denken die Wirklichkeit nicht als Mannigfaltigkeit von Zuordnungen erfaßt, sondern als geschichtlichen Prozeß der Selbstbewegung, hat auch eine Aussage nicht philosophischen Inhalt, wenn sie als Symbolisierung einer *Zuordnung* von Eigenschaft und Dingen auftritt. Die philosophische Bedeutung kommt zustande, indem das Ding nicht mehr als reiner Träger (als „Substanz“) vieler möglicher Eigenschaften gilt, sondern die Untrennbarkeit von Ding und Eigenschaft den Gegenstand des Denkens bildet. „Der Inhalt ist somit in del' Tat nicht mehr Prädikat des Subjekts . . . Das vorstellende Denken, da seine Natur ist, an den . . . Prädikaten fortzulaufen . . . wird, indem das, was im Satze die Form eines Prädikats hat, die Substanz selbst ist, in seinem Fortlaufen gehemmt . . . Auf diesem ungewohnten Hemmen beruhen großenteils die Klagen über die Unverständlichkeit philosophischer Schriften, wenn anders im Individuum die sonstigen Bedingungen der Bildung, sie zu verstehen, vorhanden sind.“¹⁵

¹³ K. Marx: Kritik der Hegelschen Dialektik und Philosophie überhaupt. In: K. Marx / F. Engels: Die heilige Familie und andere philosophische Frühschriften. Berlin 1953. S. 84

¹⁴ Ebenda: S. 85

¹⁵ G. W. F. Hegel: Phänomenologie des Geistes. S. 50–52

Statt vom Zukommen einer bestimmten Eigenschaft zu gewissen Dingen spricht die Philosophie also vom Dasein beider als Momente eines Zusammenhanges. Man kann nun die Frage stellen, wo in aller Welt – abgesehen von der Philosophie – solche Art sinnvollen Aussagens eigentlich existiert. Dies ist nur eine besondere Form der Frage nach der Funktion der Philosophie in der menschlichen Erkenntnis; oder es ist die Frage nach der außerphilosophischen Anwendung der Konkretion. Es kann hier nicht mehr als eine Andeutung formuliert werden. In jeder Einzelwissenschaft nämlich ist die Weise philosophischen Aussagens geläufig. Nehmen wir die einfachste mechanische Bestimmung der Masse als Gegensatz der Kraft: Die Masse (träge) drückt den Widerstand eines Körpers gegen Änderungen seines Bewegungszustandes aus. Diese Aussage ist *genau konkretes Bestimmen*. Es wird die konkrete Identität von Masse und Kraft (die ja die Änderung des Bewegungszustandes als Ursache bestimmt) ganz entsprechend dem philosophisch sinnvollen Aussagen formuliert. Die Mathematik liefert hier allein eine Differentialgleichung, die erst durch physikalische Interpretation einzelwissenschaftliche Bedeutung erhält. Mit dem Ausdruck *Interpretation* wird ein Denkkakt bezeichnet, in dem die einzelwissenschaftliche Relevanz des *konkreten* Denkens verborgen ist. Um die Funktion der Philosophie in den Einzelwissenschaften zu erhellen, ist m. E. gerade an dieser Stelle anzusetzen. Man macht es sich sehr leicht, wenn man feststellt, daß eine von der Mathematik hergeholte Beziehung – eben interpretiert werde. Was man da eigentlich ausführt, bleibt außerhalb des Gesichtsfeldes.

Für die Natur der philosophisch sinnvollen Aussage ist wesentlich, daß in ihr niemals eine Zuordnung von Ding und Eigenschaft gemeint ist, daß – wie Hegel sagt – in ihr nicht das Subjekt der feste Grund des Bestimmens ist. Philosophische Aussagen erklären nicht, was ein einzelner Begriff bedeutet. Die Philosophie bestimmt nicht *das* Sein, *das* Wesen, *die* Notwendigkeit etc. Vielmehr geht es darum, daß jeweils unter Voraussetzung des einen Ausdrucks das real Gemeinte in der Einheit mit seiner konkreten Negation erfaßt wird. Die philosophische Bedeutung ist daher erst konstituiert, wenn diese Einheit effektiv ausgedrückt wird, das Sein also als konkreter Gegensatz des Nichts, das Wesen als konkreter Gegensatz der Erscheinung, die Notwendigkeit als konkreter Gegensatz der Zufälligkeit etc. ausgesprochen werden.

Damit ergibt sich aber unmittelbar, daß die philosophische Bedeutung wieder zum *kontinuierlichen* Charakter zurückkehrt, wie er sich in den umgangssprachlichen Aussagen zeigte. Diese Natur der philosophischen Bedeutung ist es, die der Sache nach

gemeint ist, wenn über mangelnde „Exaktheit“ philosophischer Aussagen geklagt wird. Dies Klagen übersieht, daß Exaktheit des Denkens nichts anderes bedeutet als Bestimmen durch Abstraktion; exaktes Denken ist abstraktes Denken. Es ist daher eine unreflektierte und nicht zu verwirklichende Forderung an das konkrete Denken, es solle doch exakt werden; denn es wird so gefordert, daß es gerade nicht konkret, d. h. abstrakt, d. h. nicht philosophisch sein solle. Solches Fordern installiert die Mathematik als Königin der Wissenschaften, was seine Berechtigung für das Denken als wirklichen Prozeß, also als produktive Tätigkeit, erst dadurch gewinnt, daß dieser Königin (bei Strafe ihrer Unfruchtbarkeit) ein König beigegeben wird. Mit anderen Worten: Das abstrakte Denken gewinnt seine wirkliche praktische Macht in der dialektischen Identität mit dem konkreten. Mathematik und Philosophie sind die einander bedingenden Weisen der Erfassung des Allgemeinen. Als solche sind sie Voraussetzung wie Resultat der einzelwissenschaftlichen Erkenntnis, in der sie ihre wirkliche Vermittlung finden.

Da die Bedeutung in der philosophischen Aussage kontinuierlichen Charakters ist (dem abstrakten Denken erscheint sie daher als „Feld möglicher Bedeutungen“¹⁶), kann es keine formalisierte Sprache der Philosophie geben. Sie ist vielmehr an die natürliche Umgangssprache gebunden. Das ist nur ein anderer Ausdruck für die nichtabstrakte Natur des philosophischen Denkens.¹⁷ Das Konkrete läßt sich nicht unmittelbar durch eine Zeichengestalt ausdrücken. Dieser Sachverhalt ist ebenfalls (dem Wesen nach) erstmalig von Hegel ausgesprochen worden: "Wenn Begriffe . . . in der Weise genommen werden, daß sie . . . Zeichen entsprechen, so hören sie auf,

¹⁶ Diesen Ausdruck entnehme ich einer Arbeit von W. Heitsch, „Allgemeinheit und Unendlichkeit – eine erkenntnistheoretisch-logische Analyse“ (philosophische Dissertation, Humboldt-Universität, Berlin 1965, unveröffentlicht), dem ich vielerlei Anregung zu der hier entwickelten Konzeption verdanke.

¹⁷ Es ist daher natürlich verständlich, daß die Suche nach einer formalen Darstellung etwa der Dialektik (was wohl eine mit dem mir sinnlos scheinenden Ausdruck dialektische Logik verknüpfte Intention ist) als ein zweckloses Unterfangen gelten muß. Wollte man etwa die Modalitätenlogik als ersten Ausdruck einer formalisierten Dialektik deuten, so geht dies doch wohl auf das Konto des Scheins, indem Ausdrücke wie Möglichkeit, Notwendigkeit, Zufälligkeit etc. in der Modalitätenlogik bestimmt werden. Daß sie einer logischen Behandlung fähig sind, zeigt nicht die Logisierbarkeit der Dialektik, sondern die Tatsache, daß philosophische Kategorien objektivierbar sind. Was sich in der Dialektik als konkrete Reflexionsbeziehung ausdrückt, erscheint in der Logik als diskrete Existenz von Operatoren. Sollte die Modalitätenlogik als Teil der „dialektischen Logik“ behauptet werden, so müßte auch erklärt werden, welche dialektische Bedeutung z. B. das folgende Modalitätenaxiom besitzt, das hier nur in seinem verbalen Ausdruck angegeben sei: "Was notwendig ist, dessen Notwendigkeit ist notwendig." (Zitiert nach H. A. Schmidt: Mathematische Gesetze der Logik I. Vorlesungen über Aussagenlogik. Berlin-Göttingen-Heidelberg 1960. S. 480) Es kann nicht bestritten werden, daß die Modalitätenlogik – wie die Logik überhaupt – für die Dialektik fundamentale Bedeutung besitzt. Ich meine aber, sie besitzt diese allein unter der Voraussetzung, daß Logik und Dialektik konkrete Gegensätze sind.

Begriffe zu sein."¹⁸ Um diesen Satz zu verstehen, ist nur erforderlich, die Verwendung des Ausdrucks Begriff bei Hegel zu berücksichtigen. Ihm gilt die *philosophische* Bestimmung als Begriff. Vernünftig und ohne Ressentiments aufgefaßt, ist mit jener Aussage weiter nichts erklärt, als daß die Repräsentation von Begriffen durch verknüpfte Zeichengestalten nichtphilosophischer Natur ist. Dies kann auch gar nicht anders sein; denn wenn der Philosophie die Dinge als Akteure ihres Daseins gelten (also nicht in der logischen, sondern in der dialektischen Identität als Dinge gelten), so ist ihre Repräsentation durch eine ein für allemal feststehende, unveränderliche Zeichengestalt per definitionem ausgeschlossen.

Die Operation mit Zeichengestalten ist gerade dem abstrakten Denken eigen; oder die Bezeichnung (verstanden als wirkliche Erzeugung von Zeichengestalten) ist die *gegenständliche Realität* der Abstraktion. "Wir würden uns ohne Zeichen auch schwerlich zum begrifflichen Denken erheben. Indem wir nämlich verschiedenen, aber ähnlichen Dingen dasselbe Zeichen geben, bezeichnen wir eigentlich nicht mehr das einzelne Ding, sondern das ihnen Gemeinsame den Begriff. Und diesen gewinnen wir erst dadurch, daß wir ihn bezeichnen, denn da er an sich unanschaulich ist, bedarf er eines anschaulichen Vertreters, um uns erscheinen zu können. So erschließt uns das Sinnliche die Welt des Unsinnlichen."¹⁹ Der so gemeinte "Begriff" ist eben der, der durch Abstraktion gewonnen wird, die ja – unter vorausgesetzter Ähnlichkeitsbeziehung (Äquivalenzrelation) – die Zusammenfassung von Objekten in Bezug auf eine Eigenschaft (das ihnen Gemeinsame) ist. Frege hat hier übrigens mit tiefer dialektischer Einsicht das abstrakte Denken erfaßt. Die Benutzung des Sinnlichen, um das Unsinnliche zu beherrschen – dies ist eine Erkenntnis, zu der Hegel leider gar keine Beziehung fand.²⁰ Das "Unsinnliche" darf nur nicht als metaphysisches Monstrum gedeutet werden, wenn der philosophische Sinn der Bemerkungen Freges erfaßt werden soll. Dieses

¹⁸ G. W. F. Hegel: Wissenschaft der Logik. Teil II. S. 258

¹⁹ G. Frege: Über die wissenschaftliche Berechtigung einer Begriffsschrift. In: G. Frege: Funktion, Begriff, Bedeutung. Fünf logische Studien. Göttingen 1962. S. 90

²⁰ Man kann hier – bei vertiefter Analyse – erkennen, daß die dialektische Methode nur und nur auf dem Boden des *Materialismus* überhaupt mit der Mathematik verträglich ist. Umgekehrt: Indem die Dialektik materialistisch wird, ist die Mathematik erstmals effektiv materialistisch begründbar. Diese Begründung erfolgt nämlich keineswegs mit der bloßen Proklamation, daß die mathematischen Begriffe durch Abstraktion aus der Realität gewonnen seien. Mindestens ist dann noch eine Auskunft über die Realität der Abstraktion selbst erforderlich. Und diese muß allerdings über den bloßen Gegensatz von Materie und Bewußtsein hinausgehen, wenn Mathematik und Philosophie in konkreter Identität zu denken sind.

"Unsinnliche" ist nämlich nichts anderes als die *Bewegung* Mathematik und Philosophie sind die Wissenschaften von aller Bewegung überhaupt, d. h. wie sie sich in allen sinnlich-konkreten Zusammenhängen darstellt, oder – negativ ausgedrückt – wie sie unabhängig von jeder ihrer besonders sinnlich-konkreten Erscheinungsweisen besteht. Während dem abstrakten Denken die materielle Bewegung als Relation und Operation gegenständlich wird, bestimmt das konkrete Denken sie als inneren Zusammenhang und wirkliches Geschehen. Hat es daher die Mathematik mit allen Möglichkeiten zu tun, so die Philosophie mit der einen bestimmten Wirklichkeit, die aber nicht *eine von vielen* Möglichkeiten, sondern vielmehr die *geschichtliche Einheit aller* ihrer Möglichkeiten ist.

Die konkrete Identität der Sätze vom logischen und vom dialektischen Widerspruch

Entsprechend den gegebenen Andeutungen über das Verhältnis des abstrakten und des konkreten Denkens des Allgemeinen sei dieses Verhältnis nun im speziellen Fall des Widerspruchproblems genauer dargestellt. Wenn es sich auch um ein besonderes Problem handelt, so ist doch sicher ohne weiteres deutlich, daß gerade die Stellung zum Widerspruch für ein vernünftiges Verhältnis von Mathematik und Philosophie fundamental ist. Solange dieses Problem nicht geklärt ist, besteht keine effektive theoretische Basis dafür, daß Mathematiker und Philosophen mehr als bloße Freundlichkeitaustauschen können. Für die sozialistische Gesellschaft ist aber das Bündnis aller Wissenschaften mit der sozialistischen Weltanschauung unabdingbares Erfordernis. Dieses Bündnis kann nicht mit gedankenloser Proklamation, sondern nur durch produktive theoretische Arbeit hergestellt werden. Nicht als "phantastische Illusion"²¹ – wie es einst das Bündnis der vorrevolutionären bürgerlichen Philosophie mit der Naturwissenschaft war – kann die Philosophie der Arbeiterklasse mit der Wissenschaft verbündet sein, sondern als echte Erkenntnis. Bedingung dieses Bündnisses ist u. a. sicher die Beantwortung der Gretchenfrage: Wie halten wir es nun mit dem Widerspruch? Ihre Bedeutung erscheint noch zugespitzter, wenn

²¹ K. Marx: Zur Kritik der Nationalökonomie. In: K. Marx / F. Engels: Kleine ökonomische Schriften. Berlin 1955. S. 136

man das abstrakte Denken als logisch widerspruchsfreies, das konkrete als dialektisch widersprüchliches definiert. Aber indem so definiert wird, also die sehr viel unbestimmtere Erklärung, Denken müsse stets widerspruchsfrei sein, aufgegeben wird, ist schon die Auflösung des Problems involviert.

Es sei zunächst eine explizite Fassung der beiden Aussagen über den Widerspruch gegeben. Für unsere Zwecke kann dies durchaus in verbaler Form erfolgen, da es ja um einen konkreten Zusammenhang geht. Für diese Fassung seien die weiter oben diskutierten Ausdrücke Ding und Eigenschaft verwendet. Dann besagt der Satz vom ausgeschlossenen logischen Widerspruch: *Ein Ding kann nicht zugleich eine Eigenschaft und ihr Komplement besitzen.* Der Ausdruck Komplement bezeichne hier – zum Zwecke kürzester Formulierung – die Intension der Komplementärmenge zu derjenigen Menge, welche Extension der Eigenschaft ist. Der logische Widerspruchssatz erklärt also die *Unmöglichkeit*, daß ein Ding zugleich Träger („Substanz“) einer Eigenschaft und ihres Komplements ist.

Der Satz vom eingeschlossenen dialektischen Widerspruch besagt: *Ein Ding ist nur als Eigenschaftsträger wirkliches Ding.* Diese Formulierung mag ein wenig ungewohnt klingen, drückt aber genau die Bedeutung aus, die mit dem Begriff des dialektischen Widerspruchs gemeint ist. Der dialektische Widerspruchssatz erklärt die *Wirklichkeit*, daß ein Ding stets durch eine Eigenschaft bestimmt – oder nicht Ding ist. Mit diesen Formulierungen der beiden Sätze verdeutlicht sich nun unmittelbar die konkrete Identität beider Aussagen. Indem der logische Widerspruchssatz direkt von der *Unmöglichkeit* des Zusammenbestehens einer Eigenschaft und ihres Komplements bezüglich eines Dinges (oder Gegenstandsbereiches) spricht, besagt er indirekt schon das, was der dialektische Widerspruchssatz direkt erklärt: Eine Eigenschaft hat nur als dinglich bestimmte *reales* Dasein. Erinnerung man sich an den weiter oben zitierten Satz von Marx, den er in seiner grundsätzlichen Kritik an der Philosophie Hegels formulierte, daß nämlich ein „ungegenständliches Wesen ... ein *Unwesen*“ sei, so zeigt sich diese Aussage als die Fassung des Begriffs des dialektischen Widerspruchs auf dem Boden des Materialismus. Die materialistische Dialektik räumt damit als einzige Philosophie wirklich mit den „metaphysischen Wesenheiten“ radikal und grundsätzlich auf. Sie erweist sich so als die einzige Gestalt der wirklich entwickelten Philosophie. In diesem Akt stellt sich heraus, daß die Formulierung des Grundprinzips der Dialektik als materialistischer Lehre – eben des Widerspruchsprinzips – zur konkreten Identität mit dem Grundprinzip des mathematisch-logischen Denkens führt.

Der Widerspruchsbegriff Hegels ist in der Tat unvereinbar mit dem logischen Widerspruchssatz. Weil Hegel die Tätigkeit von den Gegenständen trennt, die tätig sind, ist seine Auffassung des Widerspruchs tatsächlich von der alten metaphysischen Beseeltheit nicht wesentlich zu unterscheiden. So kommt er zu der Vorstellung, daß alle „Dinge ... an sich selbst widersprechend“²² seien. Indem hier über den Ausdruck Ding nichts weiter ausgemacht ist und Hegel seine Bestimmung in unvermitteltem Gegensatz zur logischen erklärt, wird genau das mathematische Ding verneint. Die Dinge sind aber nicht „an sich selbst widersprechend“, sondern indem sie gegeneinander *wirken*, konstituieren sie sich als einander widerstreitende. Der Widerstreit ist nicht das Phänomen der Dinge, insofern sie in ihrer Einzelheit gelten (so sind sie gerade logisch identisch), sondern er ist Ausdruck ihrer *wechselseitigen Aktion*. Das Ding, das „in sich“ widersprechend sein soll, ist tatsächlich der *eine wirkliche Prozeß*, der in der Wechselwirkung wenigstens zweier Dinge besteht. Der rationelle Kern des Hegelschen Widerspruchsbegriffs zeigt sich, wenn man die Bedeutung des Ausdrucks Ding in diesem Sinne präzisiert. Erst dann ist er die konkrete Entsprechung des Ausdrucks Ding, wie ihn die Logik und die Mathematik verwenden; erst dann wird auch die konkrete Identität der logischen und der dialektischen Widerspruchsbestimmungen deutlich.

Die Feststellung einer konkreten Identität beider Widerspruchssätze besagt zugleich, daß keine logische Identität vorliegt. Der logische Widerspruchssatz kann nicht durch die Operation der Negation in den dialektischen übergeführt werden. Diese bewirkt nur, daß sich die Möglichkeit der Abstraktion in Unmöglichkeit verwandelt. Umgekehrt kann der dialektische Widerspruchssatz nicht durch logische Negation in die Aussage über den logischen Widerspruch verwandelt werden. Hier würde die Anwendung der Operation der Negation eine eindeutige Bedeutung des dialektischen Widerspruchssatzes voraussetzen (wir können im Gegensatz zur philosophisch *kontinuierlichen* auch von der mathematisch *diskreten* Bedeutung sprechen). Gerade die Herstellung dieser Eindeutigkeit würde aber die philosophische Bedeutung zerstören; sie müßte notwendig unter der Voraussetzung der logischen Bestimmung des Widerspruchs erfolgen.

Daraus ergibt sich, daß von einer Mathematisierbarkeit der Philosophie nicht gesprochen werden kann. Wer behauptet, daß philosophische Probleme sich mit mathematischen Mitteln lösen lassen, behauptet auch, daß philosophische Aussagen

²² G. W. F. Hegel: Wissenschaft der Logik. Teil II. S. 58

sich eindeutig durch mathematische abbilden lassen. Sollte dies der Fall sein, so müßte z. B. bezüglich des hier behandelten Widerspruchsproblems gezeigt werden, daß *die* philosophische Bestimmung des Widerspruchs zu einer (oder einer Anzahl logisch äquivalenter) mathematischen Aussage durch irgendeine Art tautologischer Umformung führt; oder es müßte gezeigt werden, daß die philosophische Bestimmung des Widerspruchs eine sinnlose Aussage (bloß eine „schöne Wortverbindung“) ist. Das ist die Alternative, die sich demjenigen bietet, der von der Mathematisierbarkeit der Philosophie überzeugt ist.

Da entsprechend der hier entwickelten Konzeption die erste Möglichkeit, also die mathematische Behandlung der Philosophie im Sinne der mathematischen Abbildung philosophischer Aussagen, gegenstandslos ist, haben wir uns nur mit der zweiten zu beschäftigen. Sind philosophische Aussagen für das abstrakte Denken *schlechthin* sinnlose Aussagen? Diese Frage muß gemäß unserer Konzeption verneint werden. Ihre Bejahung wäre nur eine andere Weise, die Mathematik als *logische* Negation der Philosophie auszudrücken. Da aber von der dialektischen Negation gesprochen wurde, muß sich philosophische Bedeutung in der Tat in mathematische überführen lassen. Ist das der Fall, so ist die Behauptung der konkreten Identität beider Wissenschaften wohl begründet.

Der rationale Kern der Behauptung, die Philosophie sei mathematisierbar, ist m. E. darin zu sehen, daß die philosophische Bedeutung, die dem abstrakten Denken als kontinuierliches Bedeutungsspektrum erscheint, tatsächlich in vielen einzelnen diskreten Schritten durch Bedeutungsfestlegung erfaßt werden kann. Dabei treten logisch nicht äquivalente mathematische Aussagen auf. Das philosophische Bedeutungskontinuum zerfällt also in eine Vielheit mathematischer Bedeutungen, die als Vielheit nach wie vor unbestimmt bleibt. Das heißt die philosophische Bedeutung läßt sich nicht durch eine abgeschlossene Menge mathematischer Aussagen repräsentieren. Die vollständige Objektivierbarkeit des Inhalts philosophischer Aussagen ist *zwar eine* nützliche Maxime, aber keine *Aussage*, die einen Sachverhalt ausdrückt. Denn dann müßte auch ein Entscheidungsverfahren existieren, das angibt, unter welchen Bedingungen eine philosophische Aussage als vollständig mathematisch abgebildet betrachtet werden kann. Dies steht im Widerspruch zum Prinzip der konkreten Identität von Philosophie und Mathematik wie übrigens auch zu der philosophischen These von der Unabschließbarkeit aller Erkenntnis.

Welche möglichen Bedeutungen besitzt der dialektische Widerspruchssatz für das abstrakte Denken? Die Aussage, daß ein Ding nur als Eigenschaftsträger wirkliches Ding sei, läßt etwa die folgende Erklärung zu: Dinge sind genau dann wirklich, wenn auf sie eine Eigenschaft zutrifft. Im Sinne der Abstraktion ist hier der Ausdruck „wirklich“ zu einer *prädikativen* Bestimmung geworden, d. h., er hat sich zu einer möglichen Charakteristik gewandelt, die gewissen Dingen zukommen oder nicht zukommen kann. Hier sind gerade die Dinge ausgesondert, auf die das Prädikat „wirklich“ zutrifft. Ob es darüber hinaus Dinge gibt, die Repräsentanten des komplementären Prädikats sind, ist gänzlich unbestimmt. Damit ist ein prinzipielles Moment der philosophischen Bedeutung ausgeschlossen. Übrigens wird in der Erklärung die logische Äquivalenz zwischen dem Prädikat „wirklich“ und dem Bestehen einer Eigenschaft ausgedrückt. Damit besagt der dialektische Widerspruchssatz in einer möglichen abstrakten Bedeutung, daß Dinge durch Eigenschaften charakterisierbar sind.

Wir können nun den dialektischen Widerspruchssatz ohne jegliche Änderung seiner philosophischen Bedeutung auch wie folgt ausdrücken: Eine nichtdingliche Eigenschaft ist keine wirkliche Eigenschaft. Diese Formulierung läßt die Aussage zu, die nichtwirkliche Eigenschaft sei diejenige, die auf kein Ding zutrifft. Das ist, positiv ausgedrückt, die Behauptung der leeren Menge (wobei hier von der semantischen Stufung abgesehen wird). Damit ist eine zweite der Möglichkeit nach im dialektischen Widerspruchssatz enthaltene Bedeutung objektiviert worden. Sie ist der ersten nicht logisch äquivalent. Die Behauptung, eine Eigenschaft sei das, was auf Dinge zutrifft, ist verschieden von der, welche die Existenz der leeren Menge ausspricht. Das philosophische Bedeutungskontinuum zerfällt also wirklich in diskrete mathematische Bedeutungen.

Die Möglichkeit, den sprachlichen Ausdruck der philosophischen Bedeutung zu nuancieren, ohne diese zu ändern, ist nur eine andere Weise, in der das Verhältnis der Sprache der Philosophie zu ihrem Inhalt erscheint. Sofern nur die grundlegenden Begriffe – in unserem Fall Ding und Eigenschaft – nicht aufgegeben werden, ist die philosophische Aussage ihres Zusammenhanges weitgehend unabhängig von der speziellen sprachlichen *Gestalt*. Sie bedarf dieser wesentlich nur, um überhaupt in Erscheinung zu treten. Das ist dadurch gegeben, daß die Philosophie – als konkretes Denken – die Sprache nicht als *dinglichen* Träger möglicher Bedeutungen behandelt (was gerade für das abstrakte Denken charakteristisch ist). Sie geht daher auch vom

historisch gewordenen Sinn der umgangssprachlichen Worte aus, dem gegenüber die Philosophie sich nicht gleichgültig verhalten kann, sondern gerade als Aktion der Sinnvertiefung auftritt.

Umgekehrt verhält sich das abstrakte Denken. Ihm ist die historische Natur der Bedeutung der Worte wesentlich gleichgültig, die spezielle sprachliche Gestalt seiner Aussagen dagegen nicht. Hierin zeigt sich die eigentliche Natur des so genannten Formalen des abstrakten Denkens. Dieses ist nicht etwa identisch mit einer totalen Inhaltsleere (wie Hegel meinte); es ist vielmehr die volle Verschmelzung des Inhalts (der Bedeutung) mit der Form (der Zeichengestalt), und zwar in einem solchen Maße, daß eine bestimmte Zeichengestalt *unmittelbar* durch ihre Form *einen und nur einen* Inhalt signalisiert. Das heißt also, das so genannte Formale ist Ausdruck der Eindeutigkeit der Bedeutung, der realisierten Abstraktion.

Um den konkreten Zusammenhang des dialektischen und des logischen Bestimmens des Widerspruchs noch unter dem Gesichtspunkt seiner objektiv-realen Existenz zu erfassen, muß vor allem eine ungenaue Ausdrucksweise vermieden werden. Zunächst sollte man bezüglich der objektiven Realität den Ausdruck *Widerstreit* verwenden, den Ausdruck *Widerspruch* also allein für die Charakterisierung der entsprechenden Reflexionsbeziehung nehmen, die sich durch die Verwirklichung des *Denkens* ergibt. Dann aber kommt es vor allem darauf an, nicht unbewußt eine *Verdinglichung* dieser Beziehung vorzunehmen. (Gerade dies ist der Fall, wenn man den Widerspruch als logischen oder dialektischen in der objektiven Realität *anschauen* will.) Um die Realität des Widerstreits zu bestimmen, ist sinnvollerweise nur so zu fragen: Inwiefern wird der Widerstreit *eingeschlossen*, inwiefern wird er *ausgeschlossen*? Man muß also die gegenständliche Bewegung unterstellen, um über die Realität des Widerstreits Auskunft zu erhalten. Er ist kein sinnlich wahrnehmbares Objekt.

Alle objektiv-reale Bewegung ist ebenso sehr Aus- wie Einschluß des Widerstreits. Ehe zwei Dinge gegeneinander wirken können, d. h. einander widerstreiten, müssen sie *sich einander* zuordnen. Die Bewegung als innerer Zusammenhang kann sich nur verwirklichen, wenn sie als Veränderung der äußeren Beziehungen die dazu erforderlichen Bedingungen erzeugt. Umgekehrt ist die Veränderung der äußeren Beziehungen der Dinge zueinander durch innere Wirkungsabläufe bedingt. Der Widerstreit wird eingeschlossen, indem stets *bestimmte* Dinge miteinander in Wechselwirkung treten. Eben damit werden *andere* Dinge ausgeschlossen, verbleiben bezüglich dieses bestimmten Wirkungszusammenhangs in der bloßen Äußerlichkeit.

Es zeigt sich, daß der Begriff des Widerstreits nichts anderes ausdrückt als die *Bestimmtheit* aller wirklichen Bewegung. Es tritt nicht unvermittelt jedes Ding mit jedem zugleich in einen Wirkungszusammenhang. Indem der Widerstreit sich nur verwirklicht, insofern die Dinge als außereinander bestehende real sind, ist sein Ausschluß notwendige Bedingung seines Einschlusses. Jeder Wirkungszusammenhang führt zu neuen außereinander bestehenden Dingen, zur Reproduktion der Äußerlichkeit, also zum Ausschluß des Widerstreits. Der Widerstreit ist mithin objektiv-real, indem er sich in der konkreten Identität seines Aus- und Einschließens durch die sich bewegenden Dinge verwirklicht.

In unserer praktischen Tätigkeit schließen wir den Widerstreit ebenso sehr aus wie ein. Indem die praktische Tätigkeit wesentlich *ordnende* Tätigkeit ist, gelten uns die natürlichen Dinge in ihrer Äußerlichkeit (Objektivität); indem sie wesentlich *verarbeitende* Tätigkeit ist, gelten uns die natürlichen Dinge als unsere konkreten Gegensätze. Die praktische Tätigkeit als zweckgerichtete ist notwendig auch ordnende. Als solche ist sie gegenständlich-mathematisches Verhalten. Die Hausfrau, die eine Tüte Erbsen kauft und diese dann zu Hause *sortiert*, verhält sich mathematisch. Sie bildet praktisch die Menge derjenigen Erbsen, auf die die Eigenschaft der Genießbarkeit zutrifft. Die praktische Tätigkeit ist aber nicht darin erschöpft, die Genießbarkeit durch die praktische Mengenbildung zum Objekt der Anschauung zu erheben. Die Erbsen müssen auch gegessen werden. Dies nun (man entschuldige den scheinbaren Mangel an Ehrerbietung gegenüber der Philosophie) ist gegenständlich-philosophisches Verhalten.

Die Bestimmungen, die das Denken über den Widerspruch formuliert, sind also tatsächliche Widerspiegelungen objektiv-realer Momente der wirklichen Bewegung. Zwar gibt es in der objektiven Realität nicht den logischen Widerspruch, aber der Widerstreit wird immer auch ausgeschlossen, weil die Äußerlichkeit Grundmoment der Wirklichkeit ist. Es gibt in der objektiven Realität auch nicht den dialektischen Widerspruch, aber der Widerstreit wird immer auch eingeschlossen, weil die Innerlichkeit (das Wirken der Dinge gegeneinander) Grundmoment der Wirklichkeit ist. Begreift man das Denken als eine besondere Weise aller wirklichen Bewegung, so ist die Bestimmung des Widerspruchs durch die Logik und die Dialektik nichts anderes als eben die besondere Erscheinung des universellen Widerstreits in der *Denkbewegung*.

Wir kehren nun zur Aussage Hegels über die Bewegung als daseienden Widerspruch zurück. Aus den obigen Darlegungen ergibt sich unmittelbar, daß diese Aussage *konkrete* Bedeutung ausdrückt und daher nichts mit einem logischen Widerspruch zu

tun hat; oder wenn von einem logischen Widerspruch geredet wird, so drückt dieses Reden nur aus, daß die konkrete Bedeutung nicht identifiziert werden konnte. Wenn Hegels Aussage in der Tat einen logischen Widerspruch enthalten soll, so wird mit dieser Behauptung implizit unterstellt, daß die Aussage genau genommen eine *konjunktive Aussagenverbindung* ist. Im anderen Falle wäre der Vorwurf nicht ernst gemeint. Denn *eine* Aussage repräsentiert – unter vorausgesetzter fester Bedeutung – niemals den logischen Widerspruch. Der Vorwurf unterstellt also, daß die Philosophie folgendes erkläre: Es bewegt sich etwas, indem es in einem Hier ist, und es bewegt sich etwas, indem es in demselben Hier nicht ist! Man muß diese beiden Aussagen als Inhalt jener Hegelschen Bestimmung behaupten, wenn man ihr logische Widersprüchlichkeit vorwirft. Aber eine solche Konjunktion behauptet weder Hegel noch irgendjemand, der die fragliche Bewegungsbestimmung akzeptiert. Im Gegenteil, die dialektische Philosophie erklärt ausdrücklich *beide* Aussagen für unzutreffend.

Gemäß der hier dargestellten Konzeption ist klar, daß die Hegelsche Bewegungsbestimmung sich in *gar keiner Weise* als *logische Konjunktion* ausdrücken läßt. Vielmehr wird durch ein solches Vorgehen – wie Hegel selbst zuerst erkannt hat – die philosophische Bedeutung zerstört. Das Wort „und“ in seiner Bewegungsbestimmung ist nicht als Zeichen des entsprechenden logischen Funktors zu deuten. Es fungiert vielmehr als sprachliches Mittel des Zusammenschließens der durch die philosophische Verwendung zu Kategorien werdenden Ausdrücke Sein und Nichts. Die Hegelsche Aussage ist daher keine Aussagenverbindung, sondern eine und nur eine Aussage. Der Vorwurf des logischen Widerspruchs ist unzutreffend.

Die mechanische Bewegung und der dialektische Widerspruch

Hinsichtlich der Hegelschen Aussage über den Widerspruch in der Bewegung wird nun mit den Begriffsbestimmungen der klassischen Mechanik operiert, um die vermeintliche Pseudowissenschaftlichkeit zu demonstrieren. Die mit dieser Argumentation verknüpfte Problematik sei der Gegenstand, auf den zum Schluß unserer Darstellung kurz eingegangen werden soll. Es versteht sich am Rande, daß nur Andeutungen zu machen sind. Eine gründlichere Erfassung der effektiven philosophischen Intentionen der klassischen Mechanik ist eine Aufgabe, die zu erfüllen noch aussteht.

Die Argumentation gegen die Aussage Hegels beruht vornehmlich auf der Vorstellung, daß die klassische Mechanik eine *wirkliche* Eineindeutigkeit der Zuordnung von Zeit und Raum „beweise“, so daß von einer Widersprüchlichkeit im Sinne der Zenonschen Aporien keine Rede sein könne. Es ist also zu fragen, ob denn die wissenschaftliche Reproduktion der „äußerlichen sinnlichen Bewegung“ in Gestalt der Mechanik tatsächlich die Zenonschen Aporien und folglich die Hegelsche Aussage in das Reich der Fabel verweist. Muß man – um mit Hegel zu sprechen – „den alten Dialektikern die Widersprüche zugeben, die sie in der Bewegung aufzeigen ...“²³, oder gibt uns die klassische Mechanik die Sicherheit, sie als Stilübungen vorwissenschaftlichen Denkens zu behandeln?

Zunächst muß festgehalten werden, daß die Diskussion der Bedeutung (oder der behaupteten Bedeutungslosigkeit) der Aussage Hegels, sofern mit dem Differentialquotienten des Wegs nach der Zeit operiert wird, noch *keineswegs* die *mechanische* Bewegung zum Gegenstande hat. So wird allein die einfachste mögliche *geometrische* Charakterisierung debattiert. Man befindet sich in der Kinematik, noch nicht in der Mechanik. Es wird eine Raumkurve (im Sinne der Geometrie) diskutiert, deren Definitionsbereich man „Zeit“, deren Wertebereich man „Raum“ nennt. Eine tatsächliche mechanische Bedeutung kommt erst durch Berücksichtigung der Masseneigenschaft zustande. Damit aber treten sich Raum und Zeit als *Lage* und *Impuls* gegenüber. Will man also aus der Mechanik eine Rechtfertigung für die Ablehnung der Hegelschen Aussage gewinnen, so muß man davon ausgehen, was die Mechanik über den Zusammenhang von Lage und Impuls erklärt. Dabei ist unter dem Ausdruck „Mechanik“ überhaupt die *Theorie der Translokation* (Ortsveränderung) zu verstehen, also nicht nur die so genannte klassische, die nur eine unter bestimmten Bedingungen gültige Darstellung der Translokation ist. Unabhängig von der wirklich mechanischen Bewegung sei jedoch diskutiert, ob die allein geometrische Erfassung der Bewegung in der Kinematik Hegels Aussage zu einer sinnlosen macht. Es ist – im Sinne der hier entwickelten Konzeption – klar, daß dafür die Bemühung um die konkrete Bedeutung der kinematischen Begriffsbestimmungen erforderlich ist. Das ist die Transformation der mathematischen in philosophische Bedeutung.

Die Bewegung wird durch die Funktion $s = f(t)$ dargestellt. Es handelt sich also im Sinne der Mathematik um die Existenz einer Abbildung von der Menge $\{t\}$ auf die Menge $\{s\}$. Die Bewegung wird durch die Existenz der Menge der geordneten Paare $(t,$

²³ Ebenda: S. 59

s) ausgedrückt. Im Blickpunkt der Kinematik ist somit die Bewegung in allgemeinsten Form durch zwei Mengen und eine Abbildung definiert. Letztere ist eineindeutig, d. h., jedem Element der Menge $\{t\}$ ist genau ein Element der Menge $\{s\}$ zugeordnet (der Einfachheit halber sei der Raum als eindimensional unterstellt). Dieser Charakter der Abbildung, *eineindeutige* Zuordnung zu sein, ist der eigentliche Anlaß, der zu den Angriffen auf Hegels Aussage führt. Er scheint dieser zu widersprechen; denn sie verneint ja genau die Eindeutigkeit.

Nun ist aber – das kann nicht oft genug betont werden – die Mathematik Erfassung des Möglichen, die Philosophie Bestimmung des Wirklichen. Die Hegelsche Aussage verneint die Eindeutigkeit des Zeit-Raum-Zusammenhangs nicht schlechthin, sondern als *wirkliches*, reales Verhalten von Zeit und Raum gegeneinander. Die Mathematik gibt mit der Abbildung $s = f(t)$ nicht die unmittelbare Realität des Zusammenhangs, sondern eine erste, einfachste *mögliche* Beziehung. Der Schein eines logischen Widerspruchs zwischen der Hegelschen Aussage und der Behauptung der eineindeutigen Abbildung von $\{t\}$ auf $\{s\}$ kommt allein dadurch zustande, daß die mathematische Abbildung als *unmittelbare Realität* genommen wird. In diesem Falle wäre allerdings Hegels Aussage mit der der Mathematik völlig unvereinbar. Tatsächlich steht Hegel nicht im Gegensatz zur Mathematik, sondern allein zu ihrer *platonistischen Deutung*; denn die Behauptung der unmittelbaren Realität jener eineindeutigen Abbildung ist identisch mit der Behauptung der empirischen Realität der Menge der geordneten Paare (t, s) .

Aber die *Mathematik* widerspricht *selbst* ihrer platonistischen Deutung, sobald sie mit außermathematischen Begriffen in Zusammenhang gebracht wird (in unserem Falle mit den Bestimmungen Raum und Zeit). Um das einzusehen, haben wir uns die Abbildung als *effektives Abbilden* gegenständlich zu machen. Damit wird der Standpunkt der Konkretion eingenommen und die philosophische Bedeutung gewinnbar, die an sich, d. i. der Möglichkeit nach, in der Mathematik enthalten ist. Im Ausdruck Abbildung, wie er von der Mathematik verwendet wird, erscheint das wirkliche Abbilden allein in der Bestimmung des Seins, der Objektivität, d. h., das Abbilden wird als *bestehend* verstanden, nicht als effektiver *Vorgang*.

Wird daher nach der unmittelbaren Realität der eineindeutigen Abbildung $s = f(t)$ gesucht, so kann nur gemeint sein: Durch praktisches Zuordnen wird jedem Element der Menge $\{t\}$ genau ein Element der Menge $\{s\}$ zugeführt. Da nun diese beiden Mengen als extensionale Repräsentanten der Zeit und des Raumes gelten sollen, entsprechen ihren Elementen reelle Zahlen. Bekanntlich ist die Menge der reellen Zahlen nicht

abzählbar. Die Forderung, eine praktische Zuordnung vorzunehmen, ist folglich nicht erfüllbar. Es gelingt nicht, auch nur ein einziges bestimmtes Element aus einer der beiden Mengen herauszugreifen. Derjenige also, der vor die Aufgabe gestellt würde, die eineindeutige Zuordnung effektiv herzustellen, um den Triumph über Hegel von der Phrase in handgreifliche Realität zu wenden, sähe sich einem unlösbaren Dilemma gegenüber. Wie er auch den bestimmten Raum- oder Zeitpunkt zu ergreifen hoffte, stets hatte er nach wagemutigem Hineingreifen in eine der beiden Mengen eine *nicht abzählbare Teilmenge* in der Hand.

Es zeigt sich, daß die Mathematik selbst den von Hegel explizit ausgedrückten Widerspruch implizit bestätigt. Die Eigenschaften der Menge der reellen *Zahlen* verbieten ausdrücklich, die Bewegung als *reale*, d. h. praktisch realisierbare, eindeutige Zuordnung von Raum- und Zeitpunkten aufzufassen. Aus der Mathematik läßt sich keine Deutung der Bewegung als Summe von Ruhezuständen gewinnen. Ebenso wenig kann die Mathematik zur Rechtfertigung jener Vorstellung dienen, nach der von der Bewegung in *einem Raumpunkte* sinnvoll die Rede sein könne (wobei sich ihre Größe in der Geschwindigkeit v ausdrücke). Diese Vorstellung geht von der philosophisch nicht reflektierten Feststellung aus, daß jedem Raumpunkte eindeutig eine Geschwindigkeit zugeordnet ist.

Zunächst ist festzuhalten, daß der Ausdruck Geschwindigkeit etwas anderes meint als der Ausdruck Bewegung. Während letzterer die Abbildung der Zeit auf den Raum bezeichnet, drückt ersterer nicht diese, sondern *ihre Eigenschaft* aus, selbst zeitlicher Vorgang zu sein. Man kann sagen, daß Geschwindigkeit die Intensität des Abbildens bedeutet. Um sich das anschaulich zu machen, stelle man sich einen Abbildenden vor, der die von ihm hergestellten geordneten Paare auf eine konstant gleitende Unterlage (etwa ein Transportband) legt. Je intensiver er tätig ist, desto dichter liegen die geordneten Paare auf dem Band. Ihr Abstand voneinander ist somit Ausdruck der Intensität des Abbildungsvorganges. Geschwindigkeit meint diesen *Abstand* der geordneten Paare, jedoch nicht ihre *Herstellung*. Die Geschwindigkeit fällt also nicht mit der Bewegung (der Abbildung) zusammen, wenngleich sie diese repräsentiert (ohne Bewegung wäre auch kein Abstand gegeben). Daß eine bestimmte Geschwindigkeit besteht, besagt daher nur, daß eine bestimmte Intensität des Abbildens vorliegt, aber nicht, welche Natur das Abbilden selbst besitzt.

Allein diese Bedeutung der Geschwindigkeit läßt es nicht einleuchtend erscheinen, wieso die Behauptung, daß jedem Raumpunkte eindeutig eine Geschwindigkeit

zugeordnet sei, Hegels Aussage über die widersprüchliche Natur der Translokation unmittelbar tangiere. Daß einer gegebenen Lage eine gewisse Geschwindigkeit zukommt, *unterstellt* schon die Existenz der Bewegung, hat nur unter Voraussetzung dieser überhaupt einen Sinn. In keinem Falle ist damit ausgedrückt, daß Raum und Zeit durch ein solches Übergehen ineinander die Bewegung konstituieren, wie das in der eindeutigen Abbildung endlicher Mengen aufeinander praktisch erfolgt. Mitnichten ist behauptet, daß im fraglichen Raumpunkte eine Bewegung stattfindet. Diese Vorstellung kommt nur dadurch zustande, daß semantisch nicht klar unterschieden wird, was jeweils die Ausdrücke Bewegung und Geschwindigkeit meinen.

Der mathematische Begriff der Geschwindigkeit (genauer: der Begriff des Grenzwertes einer Funktion; „Geschwindigkeit“ ist die kinematische Interpretation des mathematischen Ausdrucks) ist nun ganz und gar ungeeignet, die vermeintliche Pseudowissenschaftlichkeit der Aussage Hegels zu demonstrieren. Das Gegenteil ist der Fall. Der Grenzwertbegriff ist eine mathematisch objektivierte Bestimmung des philosophischen Widerspruchsbegriffs. Um dies zu erkennen, muß man von der präzisen Definition der Differenzierbarkeit ausgehen. Im Grenzübergang schrumpft weder Δs noch Δt auf einen Raum- bzw. Zeitpunkt zusammen. Daher ist es ganz unzulässig, zu sagen, daß in einem Raumpunkte eine Bewegung von der Größe v erfolge. Das vermeintliche Zusammenschrumpfen ist nach Art der „unendlich kleinen“ Größen vorgestellt – eine Anschauung, die seit Cauchy und Weierstraß wenigstens in der Mathematik überwunden ist.

Die Geschwindigkeit $v = \frac{ds}{dt}$ drückt keine punktuelle, sondern eine *lokale* Eigenschaft der Funktion aus. Sie bezieht sich nicht auf einen bestimmten Zeitpunkt allein, vielmehr auf diesen *und* auf eine *Umgebung* desselben. Ohne letztere kann nicht erklärt werden, was Geschwindigkeit ist. Die Funktion $s(t)$ ist an der Stelle t_0 differenzierbar und besitzt dort die Geschwindigkeit $\frac{ds}{dt}$ (für t_0), wenn gilt: Zu jedem noch so kleinen positiven ε gibt es ein $\delta > 0$, derart, daß für $0 < |h| < \delta$ auch stets

$$\left| \frac{s(t_0 + h) - s(t_0)}{h} - s'(t_0) \right| < \varepsilon \text{ ist (mit } h = t - t_0 \text{ und } s'(t_0) = \frac{ds}{dt} \text{ an der Stelle } t_0).$$

In dieser Definition ist keine Rede davon, daß Δt ($= h$) auf einen Zeitpunkt zusammenschrumpfen soll. Die gewöhnliche Bezeichnung $\Delta t \rightarrow 0$ (Δt „strebt gegen“ 0) mag wohl solche Assoziationen begünstigen; aber nicht die Zeichengestalten, sondern

die Bedeutung, der erklärte Begriff muß als Voraussetzung philosophischer Überlegungen dienen. Da die Division durch die Null als ausgeschlossene Operation gelten muß, ist vielmehr jenes „Zusammenschrumpfen“ absolut verboten.

Um sich die konkrete Bedeutung der Definition zu vergegenwärtigen, muß man sie wieder als Vorschrift wirklicher Tätigkeit unterstellen. Das gelingt etwa durch die Vorstellung eines Spieles zweier Partner.²⁴ Während der eine ε beliebig wählt, muß der andere in der Lage sein, ein δ so zu finden, daß die obige Ungleichung erfüllt ist. Im Sinne dieses Spiels besagt die Definition der Geschwindigkeit, daß es immer möglich ist, daß es stets ausführbar ist (insbesondere auch für unendlich viele vorgelegte ε). Durch keine noch so kleine Zahl des ε -Partners darf der δ -Partner in Verwirrung geraten; immer muß er die Verkleinerung von ε dadurch parieren können, daß er zeigt: Noch immer fallen alle Differenzenquotienten $\frac{\Delta s}{\Delta t}$ in die präsentierte ε -Umgebung. Ob der δ -Partner dazu imstande ist, hängt von den Umgebungseigenschaften des herausgegriffenen Zeitpunktes ab; sie bestimmen, ob es möglich ist, zu einem ε ein entsprechendes δ zu finden.

Damit zeigt sich der Grenzwertbegriff als eine objektivierte Bedeutung des dialektischen Widerspruchs. In der zeitlichen Umgebung, welche die Existenz der Geschwindigkeit sichert, ist im philosophischen Sinne die Kontinuität vorausgesetzt, und zwar zunächst in Form der unbestimmten Umgebung. Ihre dialektische Negation wird dann genau dadurch ausgesprochen, daß sie zum bestimmten Bereich in diskreten Schranken werden soll. Diese Negation wird wiederum dadurch negiert, daß die Forderung der stets möglichen Verkleinerung (der beliebigen Bestimmtheit der Schranken) der Umgebung besteht. Der springende Punkt ist also der, daß sie zwar immer verkleinert werden kann, aber als Umgebung überhaupt nicht zu bestehen aufhört. Während mit der Verringerung der Umgebung diese selbst als bestimmte beständig aufgehoben wird, bleibt sie als Umgebung überhaupt durch die Bestimmung erhalten, daß jene Verringerung stets möglich sein muß. Die Forderung der stets möglichen Verkleinerung ist ihrer konkreten Natur nach Ausdruck der Negation der Negation und damit des dialektischen Widerspruchs.

Für das philosophische Denken ist es ein bekannter Sachverhalt, daß im dialektischen Widerspruch die gegensätzlichen Momente nicht „gleichberechtigt“ sind (so wäre der Widerspruch erst als Wechselwirkung gefaßt), sondern daß Dominanz,

²⁴ Siehe R. Courant: Vorlesungen über Differential- und Integralrechnung. Berlin-Göttingen-Heidelberg 1955. I. Bd., S. 42

„Übergreifen“ eines Momentes besteht. Eben dies liegt im Geschwindigkeitsbegriff bezüglich der Kontinuität vor. In der Definition ist sie – als vorausgesetzte unbestimmte Umgebung – Ausgangspunkt. In der Festlegung durch die Vorgabe von ε wird die Kontinuität dialektisch negiert, indem feste, diskrete Schranken bestimmt sind. Vermittels der beständigen Ausführbarkeit für beliebige ε bleibt die Kontinuität überhaupt erhalten, ist jede besondere bestimmte Schranke als aufhebbar gesetzt, und nur der Prozeß des Schrankensetzens und -aufhebens gilt.

Der so unter Dominanz der Kontinuität formulierte Geschwindigkeitsbegriff erweist sich philosophisch unmittelbar als einseitig: Die Bewegung gilt hier als andauernder *Ablauf*, nicht als *Erzeugung* neuer Bestimmtheit. Er besagt für die mechanische Anwendung, daß die *Kontinuitätshypothese* für die Wirkung zu unterstellen ist. Die stets mögliche Umgebungsverkleinerung hat nur dann einen mechanischen Sinn, wenn sie gerade *nicht* über eine bestimmte Grenze hinaus durchgeführt zu werden braucht (worin sich ebenfalls der dialektische Widerspruch ausdrückt). Ist diese erreicht, so hat für die Darstellung der mechanischen Bewegung der Geschwindigkeitsbegriff in der Bedeutung des Differentialquotienten keinen Sinn mehr.

Die Kontinuitätshypothese konnte solange philosophisch in die Behauptung „natura non facit saltus“ transformiert werden, wie ihre hypothetische Natur nicht sichtbar wurde (die Bedingungen ihrer Anwendung nicht erkannt waren). Der Bereich der Verkleinerung mußte hinreichend groß sein, tun die Illusion zu nähren, daß er wirklich beliebig klein zu machen sei, daß mithin die Zenonschen Aporien nur kindische Täuschungen bedeuteten. Die Unbestimmtheitsrelation hat mit dieser Illusion Schluß gemacht (was natürlich keineswegs zu der entgegengesetzten Behauptung „natura nil facit nisi saltus“ führen muß, wenn man von der dialektisch-materialistischen Philosophie ausgeht).

Dateiname: ARuben - Zum Verhältnis von Philosophie und Mathematik.doc
Verzeichnis: C:\Dokumente und Einstellungen\u\Desktop
Vorlage: C:\Dokumente und
Einstellungen\u\Anwendungsdaten\Microsoft\Templates\Normal.dotm
Titel: Zum Verhältnis von Philosophie und Mathematik,
Thema:
Autor: Peter
Stichwörter:
Kommentar:
Erstelldatum: 20.03.2009 23:08:00
Änderung Nummer: 13
Letztes Speicherdatum: 05.06.2009 17:43:00
Zuletzt gespeichert von: Ulrich Hedtke
Letztes Druckdatum: 05.06.2009 18:11:00
Nach letztem vollständigen Druck
Anzahl Seiten: 30
Anzahl Wörter: 9.915 (ca.)
Anzahl Zeichen: 62.466 (ca.)